第１分科会

文系学生に対する数学教育

● 報告者

桑田　孝泰　（東海大学 教育研究所 教授）
芳沢　光雄　（桜美林大学リベラルアーツ学群基礎数理専攻 教授）
岡本　真彦　（大阪府立大学人間社会学部 准教授）

● コーディネーター

葛城　大介　（京都薬科大学数学分野 准教授）
黒宮　一太　（京都文教大学人間学部 講師）

● 概要

文系大学や文系学部に所属する学生は、その多くが、入学試験で課されることも、また、入学後に必要とされること少ないため、数学に対する苦手意識をもっていると聞く。しかしながら近年では、昨今の就職状況の悪化も手伝って、就職試験対策として学生に数学の力を身につけさせることが必須になりつつある。文系学生に対する数学教育は、このような必要性からか、もしくは、せいぜいのところ専門教育に必要であるからという理由でおこなわれることが大勢を占めているものと思われる。もっとも、そのような必要性を否定しはしない。だが、文系学生にとって数学は、直近の専門教育や就職試験対策に必要なものとのみ考えておけばよいものなのだろうか。じつは、初等、中等教育の算数や数学で養われた力が、大学での講義内容を理解し、演習で議論するための基礎にも通じているのではないだろうか。このような問題意識から、本分科会では、文系学生だけでなく理系学生にあっても数学を苦手とする学生が増えているという現況を加味し、いま一度、大学における数学教育の位置づけと意味づけを問うてみたい。

【第1分科会】

文系学生に対する数学教育

参　加　人　数　30名

分科会報告者

第１報告者	芳沢　光雄	（桜美林大学リベラルアーツ学群基礎数理専攻 教授）
第２報告者	桑田　孝泰	（東海大学教育研究所 教授）
第３報告者	岡本　真彦	（大阪府立大学人間社会学部 准教授）
コーディネーター	黒宮　一太	（京都文教大学人間学部 講師）
	葛城　大介	（京都薬科大学数学分野 准教授）

1　分科会のねらい

文系大学や文系学部に所属する学生は、その多くが、入学試験で課されることも、また、入学後に必要とされることも少ないため、数学に対する苦手意識をもっていると聞く。しかしながら近年では、昨今の就職状況の悪化も手伝って、就職試験対策として学生に数学の力を身につけさせることが必須となりつつある。文系学生に対する数学教育は、このような必要性からか、せいぜいのところ専門教育に必要であるからという理由でおこなわれることが大勢を占めているものと思われる。

もっとも、そのような必要性を否定しはしない。だが、文系学生にとって数学は、直近の専門教育や就職試験対策に必要なものとのみ考えておけばよいものなのだろうか。じつは、初等、中等教育の算数や数学で養われた力が、大学での講義内容を理解し、演習で議論するための基礎にも通じているのではないだろうか。

このような問題意識から、本分科会では、文系学生だけでなく理系学生にあっても数学を苦手とする学生が増えているという現況を加味し、いま一度、大学における数学教育の位置づけと意味づけを問うてみたい。

2　報告の概要

上記ねらいにしたがって、本分科会では、夜の補習授業をおこなうなど、以前から大学生に対する数学教育に熱心に取り組み、さまざまな提言をおこなってきた桜美林大学の芳沢光雄先生、東海大学教育研究所で数学教育のあり方を具体的な教授法とともに研究している桑田孝泰先生、2012年度から数学を文系学生の必須科目に盛り込むことが決まっている大阪府立大学で、心理学の専門教育に必要な統計学を教えている岡本真彦先生により、それぞれ以下のような報告がなされた。以下、報告順に概要をまとめておく。

①「文系学生に対する数学教育」（桜美林大学　芳沢光雄）

所属する大学の学生にかんする数学にまつわる各種データを起点に、自らが長年携わっている授業等の事例を交え、大学における数学教育のありようにとどまらず、日本の算数、数学教育の現状、ならびに提言がなされた。詳しくは掲載されている報告者の報告資料に譲るが、以下に、当日配布された報告レジュメに記された報告項目を示しておく。

1.学力差と向学心に関しての大きな開き

私大文系入学形式による学力差／考えない学生／SPI問題集／留学生の反応

2.態度の悪い学生に見受けられるお客様意識

出前授業でない出前授業／オープンキャンパス／授業評価／教育話法

3.数学基礎力は無いが向学心のある学生から分かる初等・中等教育の失敗

数学に対する大いなる誤解（論理）／数学に対する大いなる誤解（応用）

4. 学力と向上心のある学生に対する線形代数、微分積分および確率・統計

「対角化」までの学習／線形計画法／経済学での「限界」／微分方程式とe／同志社大学文化情報学部の挑戦／推移確率行列／多変量解析／有意水準

このように報告では、数学にかんする学生の特性ごとに報告者自らがおこなっている授業での具体例が示されながら、現在の数学教育の問題点、それをふまえた提言がおこなわれた。なかでも、聴講者に比較的関心の高かった授業の具体的方法論にかんして興味深い報告事項を抜粋して以下に列記しておく。

- 近年では、同大学、同学部内でも学生間に数学にかんする学力差が顕著になってきているが、その場合の方策としてグループでの学習は効果的である。ただし、現在のところ、能力別のクラス編制はおこなっていない。
- 近年の学生に顕著な傾向として、空間図形の把握ができない、ということが指摘された。近頃は、テレビゲームやテレビ等で3D画像に触れる機会が以前に比べ格段に増えている。ここから空間把握の力は上がっていると考えられがちであるが、実際には、以前に比べ空間図形を把握できない学生が増えており、空間認識などが平板になっていることが予想される。
- 数学を苦手とする（数学に苦手意識をもっている）学生には、実生活に結びついた事例を、とりわけ自分が得をするか損をするか、というような学生たちが興味を引く話題から数学の授業をはじめるのは非常に効果的である。
- 総じて、就職試験で用いられるSPI試験の得点が高い学生ほど就職先を比較的早く決めている、という傾向が見られる。
- 初等・中等教育において算数、数学教育に携わる教師の数学にかんする力の欠如が指摘されるとともに、学生には、自分たちがいかにとんでもない授業を受けてきたかと思い返すように促す授業をおこなうと、学生たちは勉強に励むようになるという経験談が報告された。

  他にも、数学には我慢して考えることが求められる、数学基礎力には欠けているが向学心のある学生に対しては段階ごとのおさらい授業が必要である、といった報告者自らの実践を通して得られた数学教授法が披露され、きわめて明解で参考になる報告であった。

②「文系学部における数学教育」

（東海大学教育研究所　桑田孝泰）

報告者によると、文系には数学嫌いの学生が比較的多いという。彼らはいつから数学嫌いになったのか。それを確認してみると、大半が中学二年生から高校一年生にかけての期間だということがわかる。したがって、文系学生に対する数学教育では、中学校で教えられたレベルの事柄は知っているという前提で進める必要がある。ただしその際、中学校で教えられた内容の復習と高校数学の内容とを融合し、それをより実生活に密着した事例を用いて教授する必要、ならびに数学の歴史を織り交ぜた授業の必要が説かれた。

なかでも、報告者は、高校までの算数、数学の教科書において突然数学的概念が提示されている点に批判的であり、「数」という概念の歴史を丁寧に解説することによって数学を学ぶことの大切さを学生に認識させていくこと、学生にとって身近な事例や社会現象などへの応用を加えることの必要を強調した。以下に、当日配布された報告レジュメに記載された報告項目を列記しておく。

1. 文系の学生の出会う数学の講義

専門科目で使うための科目／教養科目としての科目／教職科目としての科目

2. 学生に考えさせる講義

講義の構成／講義で理解してほしい内容の厳選／導入の仕方について

3. 具体的な教授法

割り算の余りと文字式の効用をテーマにした講義の一回分の素描を提示

4. 学生が考えたくなるようにするには

教具活用による効果／その他

5. 最後に

このように報告は、「学生に考えさせるための授業」に力点が置かれ、その具体例が示されながら進められた。なかでも、学生を考えさせるためには、身近な事例や「数」という概念の歴史を導入として用いるだけでなく、教具を活用することの重要性が説明された点が非常に興味深いものであった。報告者は、ときには自作の教具を用いて授業をおこなうことの重要性もあわせて強調した。数学嫌いが多い文系学生に対してならではの数学教授法が提示され、具体的な数学教育法の手がかりが得られる報告であった。

③「“数学”という言葉の話し方」

（大阪府立大学　岡本真彦）

報告は、文系学部、なかでも統計を専門教育において必要とする学生に対して現在報告者がどのような授業をおこなっているかを、具体的に示しながらおこなわれた。まず、文系学生の数学への意識が、低位、中位、高位という三段階の学力群ごとに示され、実際の学生たちの数学にたいする声が例示された。加えて、文系学生の数学的なスキルの特徴として、計算手続きを暗記していることが多く、その手続きの意味を理解していない点、数式表現から他の表現形式に変換することを苦手としている点が報告された。報告者によると、数学には「数式表現」「図的表現」「言語的表現（ことば）」の三つのモードがあり、数学教師はこの三つの間での変換がスムーズにおこなえるのに対して、文系学生は三つのモードの変換がおこなえておらず、それによって教師と学生との会話モードのズレが生じているという見解が示された。

また、実際の授業において心掛けていることとして、統計（数学）の道具性、すなわち統計学が何に役に立つかを理解させること、学びのコミュニティづくり、使用する学生の目線で書かれた教科書の採用、という三点について、実際におこなっている授業の具体例を交えて説明された。以下、報告項目を列記しておく。

1. はじめに

2. 文系学生の数学への意識

3. “数学”ということばの三つのモード

4. 統計学の授業で気をつけていること

5. 指導のポイント

すでに示したように、本報告では、文系学生に対する数学教育の方法がより具体的、かつ実践的に示された。なかでも、数学という言葉の三つのモードを用いた説明は、数学を専門とする教師と数学を苦手とする学生との会話のズレの所在を聴講者に明らかにしただけでなく、だからこそ使用者の立場でつくられた教科書、加えてストーリー性のある教科書の必要性に説得力をもたせたように思われ、文系学生に対する数学教育の実践における注意点が明らかになった報告であった。

3　報告に対する質疑ならびに全体討議の内容

午前の部が終了した後，3名の報告者の発表に対する質問用紙を配り回収した。午後の部では，3名の報告者から回答やコメントを述べてもらい，その回答やコメントなどに対する意見や質問を受けて議論が展開された。

（全員に対する質問として）

SPI対策として数学科目を設置している文系大学では，数学を専門としていない教員が担当しているケースが多いのですが，このような教員に対して，コンソーシアムのネットワークを使ったバックアップ体制等はありますか。対象とする学生は，入試で数学が課せられていなくて高校からずっと数学を避けてきた学生です。

芳沢氏 ー

私は，コンソーシアム京都のことは今日まで知りませんでした。しかし，京都というところは教育に熱心なところだと感激しました。それと，数学以外の教員の人達から，数学が必要だと声を上げて貰えるのは大切なことだなぁと思っています。

桑田氏 ー

専門が数学でなくても，文系大学では，数学に比較的近いということで，SPIも念頭において数学の教養科目を持つということは多々あると思います。そのときに，誰とキャッチボールをしていくと良い授業が構成

していけるのかというと，コンソーシアムのネットワークを通して，というのは難しいと思います。ここの参加者で誰か適当に意見交換できる人を見繕った方が良いと思います。私でしたら，キャッチボールに乗っかっていきますので，E-mailをください。そのときに，小学校の算数もおぼつかない大学生といいましても，元々大学に来るぐらいの人ですから知識は高いです。小学校のときに習っていたときは何とかなっていた，中学校のときに習っていたときは何とかなっていたと思います。そのときの活力を呼び戻すものとして，文科省の教科書的にはそのスローガンとして，今のクールで，高校科目である「数学基礎」注1というのがあります。数学基礎は，中学校の知識だけで高校生にこの2単位だけ取ればあとの数学は取らなくても高校を卒業できますよという謳い文句だったのですが，数学基礎の内容は案外実は難しいんですよね。定期預金やローンの複利計算とかありますし。本当はできる学生ほど数学基礎をやった方が良いと思いますし。見方を変えますと，大学生に数学再入門をするには，非常に良い教材だと思います。数学基礎の教科書を見ていますと，段々，これを大学生に身に着けさせたいという気持ちになります。SPIの試験を見ましても，数学の基本ができているのかという力を見たいと思っているのですから，SPIの試験も念頭において数学基礎の教科書を見ていますと，自分でどう調理をしていくのかが見えてくると思います。そのときのキャッチボール相手として私はアドバイスできると思います。今度のクールですと，数学基礎は「数学の効用」注2という科目に変わるのですが，その高校の指導要領の謳い文句を見ていますと案外得るものがあると思います。

岡本氏 ー

日本の中学校や高校の教科書はよく出来ています。中学校高校の教科書には必ず「生活とつながり」というのが，単元の最初と最後に出てくるようになっています。小学校の後半あるは中学校でつまずいた学生ならば，その教科書をアレンジするだけで十分なテキストになるはずです。しかも中学校の先生とかは，時間がないので，単元の最初の導入の話は飛ばして手続きだけを教えるのに走っています。まぁ，だからこそ，わからなくなるのですが。したがって，数学がわかならなくて大学に来た学生にとって，中学や高校の教科書に載っているといっても実は初めて習う内容が沢山出て来ます。生活と関連性の出た教科書はいっぱいありますので，これは教えやすいとかこれはウチの学生に合っているとかでピックアップしていけば良いと思います。

クラス内で学力に差がある場合，どのような対策をとればよいでしょうか。

芳沢氏 ー

先程の話にも出てきましたように，学生同士教え合うということが大切だと思います。仏教には，三慧（さんえ）という考えがありまして，まず，聞いて知識を得るという聞慧（もんえ）。次に，考えて理解する思慧（しえ）。最後に，自分で他人に説明したり応用したりする修慧（しゅうえ）。これらが大切だと思います。

岡本氏 ー

他の先生と同じで，話し合いが重要だと思います。そのときに一番重要なのは，学びのコミュニティがあるかどうかということです。数学がわからない人達が沢山いるので，その人達が傷つくコミュニティだと困ります。数学がわかっている人達が偉いというコミュニティではなく，一緒に学ぼうよ，わかってなかったら教えてあげるよ，というコミュニティがあれば話し合いというのは非常に重要になります。でも，そういったコミュニティは多くのところはないと思います。

数学の授業の中で，グループ討論のような時間を取り入れたことがあれば，そのテーマや方法を教えてください。

芳沢氏 ー

グループ討論は私のところは時間がないのでやっていませんが，学力差はかなりあります。ですので，クラスは分けたいという気持ちはあります。

岡本氏 ー

私が担当しているのは，1クラス40人で，1グループ5人にしています。宿題を作る課題を出しています。今日の授業で一番大事な課題は何?今日の授業で獲得しないといけない数学的技能は何?を話し合うと，手続きだけでなく手続きの意味がわからないと説明がつきません。この計算はこんなときに使えるからこれ

を覚えておかないといけない等を話し合っています。それを使って宿題を作ってきます。模範解答も書かせています。

初等中等教育と高等教育で用いられる教科書の違いに関してお尋ねします。教科書検定の拘束を受けているかどうかは両者のあり方に大きな差異をもたらしていると思うのですが，どのような違いがみられるのか，ひいては学習者にとって望ましい教科書とはどのようなものかについて，構成や文体などの観点からご意見を聞かせてください。

芳沢氏 ー

現在，高校数学は数Ⅰ数Ⅱ数Ⅲ数A数B数Cとアラカルト方式にされています。この方式が導入されたのは，例えば社会科では，日本史・世界史・地理等から幾つかを入試科目にしているように，数学も数Ⅰ数Ⅱ数Ⅲ数A数B数Cの6科目のうちから幾つかを入試科目にすれば良いと，当時の文部省から通達がありました。これは数学が全くわかっていない通達です。数Ⅰの内容が数Aに移動したり数Bに移動したりと，この分け方は何も根拠がありません。また，教科書の記述がまたがるような内容もあるのに，役所の縦割り行政のように数学がなっています。今，空間図形の把握が非常に弱くなっているという報告が企業からされています。テレビゲーム等で3Dといっても所詮2次元画像なんですね。高校数学では，今，平面の方程式も直線の方程式も削除されています。自然現象を記述する微分方程式も今は削除されています。数学というのは，もっと前後のつながりを持った学問であり，しかも，生きた対象を使ってやるのも大切だと思います。そういった面で今の教科書は問題があると思います。文体については，私は最初は「です・ます」調で溶け込んだ感じで書いていましたが，最近はしっかりやれという気持ちで「である」調で書いています。しかし，教科書の方が最近では「です・ます」調になっていますね。

桑田氏 ー

空間把握能力の件ですが，文科省の指導要領も一生懸命考えて作っているのですが，空間図形はここ2クール，高校の指導要領から消えて，大学生の空間図形の力はどんどん弱まっていっているのがマズイと思っているせいか，今度は数学Aに平面図形にさらに空間図形が入ってくる状態です。小中高の教科書は，万人ウケする整合性と時間数を考えて作っている関係上，どうしても整合しきれない部分が出てくるのはしょうがないと思っているのですが，その部分は教員の力量で上手く調理していくのが教員の力だと思っています。並みいる大学の教科書と比べると高校までの教科書は，時間のかけ方が半端じゃありませんので，非常に得るものが多いと思っています。大学の教科書はしばしば，その大学の学生の反応に従っていきますので，どの層をどこまで引き上げていくのか趣旨が違ってきます。時間のかけ方も，高校までの教科書は20人ぐらいで作っていますので。

岡本氏 ー

中学校と高校の教科書で大事なのは，私が教えている統計もですが，ストーリー性があることだと思います。数学ですが小説のように読める教科書が，数学が出来ない人にとって重要なものだと思っています。教科書の文体にはあまり意味があるとは思っていません。

数学が嫌いな学生に，数学を勉強しようという意欲を湧かせる方法として，知らないと損をする貯蓄やローンの話などのお金に関わる数学から入っていくのは有効だと思うのですが，どうでしょうか。

芳沢氏 ー

身近なことから，得をする損をする等の興味を引くことから，入っていくことは良いことだと思います。

（芳沢氏と桑田氏に対する質問として）

桜美林大学，東海大学での数学教育体制について，(i)専任・非常勤別に数学担当教員の数，(ii)学生受講者数と成績分布状況，(iii)学生の能力別などの受講クラス編成方法，を教えてください。

芳沢氏 ー

私のところは，専任が3人，非常勤なしでスタートしました。学生受講生数は，多いところで100人です。能力別のクラス編成は現在やっていません。入学時の段階で試験をやって，その結果をみてリメディアル教育をした方が良いという報告書もあるので，ウチの大学で

も将来的にはやっていく方向みたいです。

桑田氏 ー

私は教育研究所と教育開発研究所を2つを兼務しています。大学スタッフは数学では共に3名います。大学の授業は持たなくても良いのですが，私はそれでは不安なので，情報通信学部で微積と線形代数の授業を持っています。普段の業務は，教育開発研究所というところで，東海大学は14校付属の中学高校がありますので，その中学高校の教員研修を担当しています。

（芳沢氏に対する質問として）

SPI模試結果とGPAには相関がない，との解析データがありましたが，実際の学生をみての実感はどうでしょうか。

芳沢氏 ー

SPI模試の結果が良い人は就職が早く決まっています。大学にはいろいろな授業があるので，GPAと就職には関係がないように思います。あと，SPIの結果が良い人は数学系の成績も良いように感じています。

教職大学院で現職教員を対象に授業をしても，分数の割り算についてきちんと説明できる教員は殆どいません。学部学生に対する「算数科教育」の授業でも，その大半は算数の裏付けとなる数学の内容に取られてしまいます。しかし，教員になった人へのアンケートでは「もっと実践に役立つ内容」や「指導案の書き方を詳しく」などが多く，大学での授業内容が現場では役に立たないと思われているようです。このような状況を打開するには，どうすれば良いでしょうか。

芳沢氏 ー

基礎的な概念をしっかり身に着けているということは絶対に必要だと思っています。ただそこだけではなくて，先程にも出たように，応用的な面白い話とか生徒の興味を掴むとか，そういった内容もうまく入れたらどうか，というのが私の気持ちです。

（桑田氏に対する質問として）

文章題を数学の言葉に変えるということを身につける良い方法があったら，ご教示ください。

桑田氏 ー

文章題こそ，英語の直訳と同じような感じで，文章に書かれていることをそのまま式にしていけば良いのですが，そんなことを言うと，今までと同じで，先程岡本先生も言っていましたが，文章で書かれていることとそれを数式に直したものは別物に見えるので，まずは，一番表しやすいような面積や重さを使って目で見て体感させる。このようなことも中学の教科書をよく読むとヒントは隠されていると思います。

今，文章題の話が出ましたが，小学生によっては，文章題は簡単で何が難しいのかわからないという子もいて，教師の方が「いよいよこれから文章題をやります」などと言って，これから本当に難しいことやるような雰囲気を作り出しているということをよく聞きます。文章題を恐ろしく難しく扱いすぎているきらいもあるようなのですが，どう思われますか。

芳沢氏 ー

小学校，中学校，高校の教員研修会に参加しているのですが，文章題に関しては，焦らせて解かせようというところの子供達は文章を読まない，数字だけを見てそこで計算だけをすれば良いと教えてしまっているんですね。すばやくやろうとして，文章をまず読まない。和文英訳と英文和訳があるように，文章式訳と式文章訳といったような相互のことをやらせるとかなり違ってくると思います。それと困るのは，一部の大学でリメディアル教育といって，算数のドリルの計算ばかりやらせているところがありまして。文章の世界と図形の世界と数式の世界を乗り越えることが大切なのに，役所の縦割り行政のようになっているところがあって，そこを変えさせるということが大切だと思います。

桑田氏 ー

小学校でつまずく文章題なのか，中学校でつまずく文章題なのか，があると思います。中学校でつまずく文章題の一つは，方程式なのか恒等式なのかがあると思います。文章題の中には中身が本当にわかっていないと式が出てこなくて，その後，式を読み取る能力もいります。3段構えぐらいで，どの部分が出来ないのかが本人もわからずにやっていると思います。小学校の場合，文章に書かれていることを図などでイメージ

していけば良いと思うのですが，そういうイメージの試行錯誤を小学校の先生はやっていないんじゃないかと思います。

芳沢氏 ー

先程，岡本先生の話で，最初文章から入って段々に式が出てきて，最後は式の方がわかりやすいというところまで授業をやっていると出ましたが，そういった授業を小学校の先生になる人が受けていたらだいぶ違っているんじゃないかと思います。

今の話に関して，小学校の先生達は算数に対して，どの程度，得意苦手意識を持っているのか気になるところですが，その点はどう思っていますか。

芳沢氏 ー

現在，算数をよくわかっていない小学校の教員が続々と誕生しています。このことは，まだ表面化していませんが，極めて深刻な問題だと思っています。実際，教員採用試験の倍率も，中高のそれと比べて低いです。背景には社会が小学校の教員を高く評価していない問題があり，私はその誤った見方を正す活動を積極的に行っていく決意です。玉川大学が数学検定の準2級を何故設けているのかというと，こんなに算数がわからない人を社会に送り出して先生にさせたら社会的責任問題になると考えているからです。小学校の先生が授業中に，そして大学の教授会もですが，「数学なんてあんなもの何の役にも立たないから，小学校の計算だけ，この程度さえできればいいんですよ」と生徒の前でよく言う先生がいるんですよ。そういうところの生徒は，やっぱり嫌いになっているんですよ。それと逆なのは，東大卒のタレントの菊川怜さんですが，「私が算数や数学が好きになったのは，小学校の先生が考える楽しさを教えてくれたから。私の周りはみんなその楽しさを教えてもらって，みんな算数が好きだと言っていました」という発言していて私は感激しました。

桑田氏 ー

小学校の先生の数学の力が欠けていると一番感じているのは，小学校の栄養士さんですね。小学校で一番数学が良くできるのが栄養士なんです。最近，管理栄養士になるのは難しいわけで，数学など，すごく良く勉強しているんですよ。小学校の先生の算数の授業なんかをたまたま見たりしますと，わからずに話しているというのが露骨に，私だったらこういう風に教えるというぐらい見識があるそうなんですよ。小学校の先生になる人が，かつて数学挫折したという人はむしろ良いぐらいなんですが，挫折したまま終わらせるのではなくて，出る前に療養してそこそこの興味と基本を身につけて教職に就くということが必要だと思っています。

岡本氏 ー

私の印象から言うと，かなり逆で，小学校の先生は，数学嫌いな人は多いのですが，そんなに酷いとは思っていません。アメリカの学者は，「ものすごくレベルの高い教員で，ものすごくレベルの高い教育をしている」と言っていますよ。少なくとも小学校中学校に関しては日本の算数・数学教育は世界でもトップだと言っています。日本の教科書もアメリカで翻訳されてものすごく売れていて，非常にレベルが高いと言われています。国公立の教員養成課程で私が教えている限りでは，数学が出来ないといっても，中学校までの数学は出来る，高校の数学で数学Ⅱのところでわからなくなったという感じかな，と思っています。

芳沢氏 ー

小学校の先生の話ですが，昔は高校で数Ⅱまで9単位で，微積までしっかりやっていたのですが，教育委員会などで聞いた話では，もう今は高校で数学必修ないんだと，先程話があった数学基礎2単位をやればいいんだと言われました。中学校の数学ですと，昔は各学年とも週4時間あったんですね。で，今は各学年とも週3時間です。ですから，昔の時代に教員になった人達と今の時代の人は全然違うんですね。そこはどのように，考えられていますか。

岡本氏 ー

私立の文系で教員になる人と国公立でセンター試験をクリアして教員になる人とでは話がだいぶ違っていて，私の先程の話は国公立出身の先生の話でして，確かに私立出身の先生ですと，言われるような危惧があるのは事実です。

（岡本氏に対する質問として）

発表中に「4年間で統計が理解できればよい」ということを言われていました。教養課程と専門課程の内容を考えると「いつまでに，どのレベルまで達せる」という目

標があるかと思いますが，もしあれば聞かせてください。

岡本氏 ー

今私が教えている統計は，専門であって教養ではありません。専門か教養かに限らず，はっきりした目標はあります。2年生は，統計の用語と式がわかる。つまり，日本語の心理学の論文を読んだときに理解できるということです。3年生では，英語の論文を読んで実験をします。自分で計算ができるということを目標にしています。もちろん，2年生でも計算はできますが，手計算させていて統計ソフトは殆ど使いません。手続きの意味を理解させるためです。でも，多変量解析というのがあるのですが，残念ながら文系の学生なので，わかりません。どうやって計算するかは教えますが意味はわかりません。多変量解析に関しては，手続き的なレベルで教えていまして，3年生で実験しながら，もう1回教えています。そうすると，4年生になったときに卒論で，どんな計算をしないといけないか，どんな分析をしないといけないかを先生と相談しながらわかってきます。本当の意味でちゃんとした統計ユーザになれるのは，心理学では大学院生だと思います。これらが私達の目標にしているレベルです。

（全員に対する質問として）
今いる大学で，学生のニーズを踏まえた上で到達目標を教えてください。

芳沢氏 ー

一つは就職状況を良くすることです。キャリアデザインといって就職の授業があってその方面の先生が担当しているのですが，私はロジカルシンキングというのをやっていまして筋道を立てて説明する練習です。企業の面接では重要視されています。就職内定率はぐっと上がりました。あとは，社会に出たときに困らない算数的数学的教養を身につけるということです。本当は，大学の本の内容の理解とか，他学部の先生からこういうことを教えて欲しいというのがあるのですが，まずは教養を身につけさせるということです。

桑田氏 ー

長年，東京電機大学にいましたので，そこでの話をしますと，まず微積と線形代数を教える前に，高校数学Ⅱまでの指数や対数，三角関数の基礎的なことを一定水準までわかるようになるということを目標においていました。プレースメントテストの結果，大体，毎年，1/5は目標に達していないので，「初歩数学試験」というのを行っていました。5月6月7月と3回チャンスがあって，そのうちの1回に合格すれば良いのですが，合格しないと必修である微積や線形代数の試験が2割引きにされます。微積の初歩数学試験は数学Ⅱの範囲，線形代数のそれはベクトルと空間ベクトルを範囲としています。

岡本氏 ー

統計の目標は先程述べました。文系の数学で目標としているのは，線形代数や微積について，こんな世界もあってこういうのをやってみようかなと思える程度です。高校の復習からしますが，高校3年間ではわからなかったけど大学の1年間ではわかるだろうということを目標にしています。

先程，グループで教え合わせるということが出ていましたが，ある定理の証明をグループでさせるという状況では，できる子が一人だけ引っ張っていき，後からついてくる子は説明しても理解していないということが，しばしばあると思うのですが，どのようにしたら良いと思いますか。

桑田氏 ー

持って行き方にも依ると思うのですが，定理をそのまま証明しろというのでは，余程の知力の持ち主でないと対応できないと思います。定理を発見していくような作業から入っていくと，案外，できる学生が必ずしも主導権を握ってくるとは限らないと思います。これはあくまでも文系をイメージして言っています。理系だと流石におっしゃることもあると思います。少なくとも文系で扱う数学ですと，5，6人でグループ作りしていくと，そのうちの誰かが法則や性質を発見してくると思います。そして，発見した後，どうしてその法則が成り立つのか，実際には，放っておくと誰もわからないというのが実状なのですが，そこを上手く自分で発見したように見せていく，時には発見せざるを得ないような強引な誘導に持っていくと，出来る人が必ずしも主導権を握るわけではないとは思っています。私は，高校生相手ですが，毎夏，付属の高校から25人集めて，いろい

ろな物を作らせてどのような事が成り立つのかという「プロジェクト学習」というのをやっています。一人では物を作っていくことが出来ない課題なので，手分けして作業して，皆で相談して理解していきます。ですから，一人だけ目立って活躍することはありません。ちょっと難しいですが，5人全員が関わらないと出来ない題材を設定していくとか。題材の設定と授業の持って行き方・構成は，本当に大事だと思います。

岡本氏 ー

理系のかなり難しい数学だとそのようなことがあると思います。私の授業の場合，出来る子は確かに説明は上手いです。しかし，出来ない子の何が出来ないかを説明させたりします。これは良く理解してないと出来ないわけで，そこまではあまり分かってはいないようです。出来ない子の何が出来ないかを，出来る子は出来ない子に説明してあげて教えさせることで，一緒にやらせると良いと思います。あと，文系の場合はかなり違っています。文系で数学が出来ると言っても手続き的にしか分かっていません。手続きの意味を考えさせるようなことをするとかなり議論になります。

先程も話に出ていたSPI対策ですが，今，補習でやっているのですが，具体的な科目として立ち上げる動きがあります。そのときに，テクニック的なことだけを教えていくということになりそうですが問題点はありますか。どういう風に教えていくのが良いと思いますか。

桑田氏 ー

SPIの過去問や問題集などを集めたときに，その問題が解けるというのは何がツボなのかということがあると思います。そういったツボは間違いなく小学校や中学校の部分なのですが。1つのSPIの問題を解いたときに，一番聞いているところは一つしかありません。二つも三つも絡んだものがSPI試験に出るはずはありません。そんなツボは沢山はありません。そのツボを身につけるには何をすれば良いかというと，中学校の教科書に書かれていることを，頭にイメージが湧くということだと思います。そのツボを学生は知っていると言います。それは中学で習ったし，小学校でも習ったから，解説を聞くと分かるのですが，自分では解けません。それは，そのツボがイメージとして頭の中に引っかかっていない。イメージとしてひっかかるようになるには，どのような作業を，講義を通してしたら良いのかが大切になると思います。

岡本氏 ー

ゆっくりやらせることが重要だし，やっぱり意味を教えないといけないと思います。やりなさいと言って手続きだけ教えると彼らには何も残らない。このシンポジウムにも出ているように，数学は生活に役立つということが重要で，大学を出た後も使い続けてもらわないと会社員になったときに会社の役に立てないわけで，そういう意味で，数学はある程度道具的であって，役に立つということを教えるということは，大学の文系の数学では大事なことかな，と思っています。そんな悠長なことを言ってられないと言われるかもしれませんが，文系数学でわからなかったという経験を持つものから言わせてもらえば，ちゃんとわからせて欲しい。ちゃんとわかりたいと思っているんですね，文系の学生達も。

活発な質疑応答・議論がなされ，盛会のうちに本分科会は終了した。本分科会には，学生も2人参加しており，質疑応答を投げかけてくれた。テーマが初めから絞られている題材だったこともあり，参加者アンケートによると，この分科会に対する満足度はかなり高かった。

注1：文部科学省の高等学校学習指導要領解説「数学基礎」の目標の部分を以下に記しておく。

「数学基礎」の目標は，次のように示されている。

数学と人間とのかかわりや，社会生活において数学が果たしている役割について理解させ，数学に対する興味・関心を高めるとともに，数学的な見方や考え方のよさを認識し数学を活用する態度を育てる。

この科目は，生涯学習の基礎を培う科目の一つとして，生徒の特性等の多様化を踏まえ，一層，個に応じた指導が展開できるよう「数学Ⅰ」と選択的に履修できる必履修科目として設けた。そのため，生徒の主体的な活動を重視し，具体的な事象の考察を通して学習が進められるようにするとともに，他の科目を履修するための基礎的な内容で構成するのではなく，「(1) 数学と人間の活動」，「(2) 社会生活における

数理的な考察」及び「(3)　身近な統計」の幅広い内容で構成した。

科目設定の趣旨から内容は大綱的に示されているが，三つの内容のいずれにおいても，この科目のねらいを十分達成できると考えられる教材を生徒の特性等や履修歴などを踏まえて適切に取り上げ，指導と評価を工夫することが重要である。

冒頭に，「数学と人間とのかかわりや，社会生活において数学が果たしている役割について理解させ」と示されている。例えば，「(1)　数学と人間の活動」では，記数法などの数学史的な話題を取り上げ，数学の諸概念の発展と人間の活動とのかかわりやそれが用いられてきた背景などを理解させる。

また，このような理解の上に立って，「数学に対する興味・関心を高めるとともに，数学的な見方や考え方のよさを認識し数学を活用する態度を育てる。」と示されている。例えば，「(2)　社会生活における数理的な考察」では，預貯金やローンの仕組みなどを取り上げ，社会生活で数学が活用されている場面や身近な事象を数理的に考察し，数学に対する興味・関心を高め，数学的な見方や考え方のよさを認識させる。このことによって，身近な問題の解決に数学を活用しようとする態度を育成し，数学の学習の必要性を一層認識できるようにする。

内容と内容の取扱いの項については省略する。

注2：数学活用のことだと思われる。
高等学校新学習指導要領は，平成25年4月1日の入学生から年次進行により段階的に適用することになっているが，中学校において移行措置として数学及び理科の内容を前倒しして実施することとしたことに対応して，高等学校の数学，理科及び理数の各教科・科目については平成24年4月1日の入学生から年次進行により先行して実施することとしている。

数学活用は，従来の数学基礎と数学C行列とその応用を併せた内容になっている。
以下，文部科学省の高等学校学習指導要領解説「数学活用」の性格及び目標の部分を記しておく。

1. 性格

この科目は，従前の「数学基礎」の趣旨を生かし，その内容を更に発展させた科目である。数学が文化と密接にかかわりながら発展してきたことを踏まえ，知識基盤社会において求められる事象を数理的に考察する能力や数学を積極的に活用する態度など（いわゆる数学的リテラシー）を育てるため，「(1) 数学と人間の活動」と「(2) 社会生活における数理的な考察」の二つの内容で構成した。これらの内容は，数学的な見方や考え方，数学的な表現や処理，数学的活動や思索することの楽しさなどに焦点を当て，具体的な事象の考察を通して数学のよさを認識できるようにするものである。

指導に当たっては，この科目のねらいを十分達成できると考えられる教材を，生徒の実態や学習履歴などを踏まえて適切に取り上げることが大切である。また，他科目との履修順序が規定されていないことを踏まえ，必要に応じて他科目や他教科の内容に関連付けて扱うことも考えられる。

2. 目標

数学と人間とのかかわりや数学の社会的有用性についての認識を深めるとともに，事象を数理的に考察する能力を養い，数学を積極的に活用する態度を育てる。

冒頭に，「数学と人間とのかかわり（についての認識を深める）」と示されている。例えば，「(1)　数学と人間の活動」では，記数法や測量などの数学史的な話題，数理的なゲームやパズルを取り上げ，数学が人間の活動にかかわってつくられ発展してきたことやその方法を理解させるとともに，数学と人間とのかかわりについての認識を深める。

また，「数学の社会的有用性についての認識を深める」と示されている。例えば，「(2) 社会生活における数理的な考察」では，自動車の死角や内輪差，自動車や自転車の速度と制動距離の関係など身近な事象を取り上げ，それを数学化して考察し，交通安全にかかわる判断や説明をさせることなどを通して，数学の社会的有用性についての認識を深める。

さらに，「事象を数理的に考察する能力を高め，数学を積極的に活用する態度を育てる」と示されている。例えば，「(2) 社会生活における数理的な考察」では，イベント会場の順路や総当り戦の試合進行，最短経路の探索などを考える際に，それらを，頂点と辺で構成される離散グラフに表し，能率的に処理したり，事象の様子を的確に伝えたりすることで，事象を数理的に考察する能力を高め，数学を積極的に活用する態度を育成する。

内容と内容の取扱いの項については省略する。桑田先生の

言われるように，文部科学省高等学校学習指導要領解説における謳い文句を見ていると非常に得るものがあると思い，上記に載せた次第である。

文系学部における数学教育

東海大学教育研究所 教授　桑田　孝泰

文系学部における数学教育

'11/3/6（日）

東海大学教育研究所　桑田孝泰

1．文系の学生の出会う数学の講義

理系の学部，特に理工系の学部における数学科目は，専門を学ぶための基礎科目というしっかりとした目的を持っている．たとえば，東京電機大学工学部在任中は，1年のうちに微積と線形代数だけはしっかりと教育してほしいと専門学科の教員から注文を受けることがしばしばであった．

一方，文系はというと，経済，経営，商などの学部においては，工学部の状況と似ている．やはり専門科目で使うための数学を学ぶことが中心である．その他の学部における数学は教養科目もしくは総合科目(就職活動時の適性試験対策を兼ねた科目)として科目を置いているところが多い．

・使うために…線形代数，微積(経済・商など)，確率・統計(すべての学科)

・教養科目として(文・社会など)…人生最後の数学の授業かも

・教職科目として(教育，特に小)…算数・数学指導法：数学・算数に興味・関心をもたせることも必要

2．学生に考えさせる講義

文系には，数学嫌いの学生が比較的多い．いったい彼らはいつ数学を嫌いになったのだろうか．その大半は中2から高1にかけての期間である．したがって，数学の講義を行うときには，中学レベルのことは知っているものとして(理解しているかはともかく)進めていくが，中学の内容の復習と高校の数 I,A,II,B の内容との融合したものを日常生活への応用や歴史との絡みを加えて，大学生らしく学ぶようにもっていきたい。

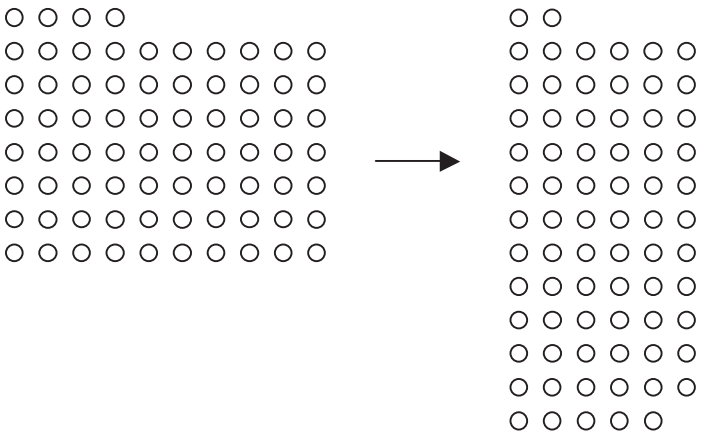
・講義の構成：「興味をもたせる→わかる→できる(解ける)」が繰り返されるように構成していく．軌道にのってきたところで，もう少しじっくりと取り組み，「試行錯誤→検証」が伴う題材を提供する．その暁に学生が達成感を感じることが理想である．
・講義で理解してほしい内容の厳選：たとえば，小中高の数学の内容を縦断的に見て，身につけてほしい題材，これだったら感動しそうだ，という題材を整理して，半期の内容を練る．それに身近なものや社会現象などへの応用や歴史との絡みを加えて，大学生にとっての数学再入門の形をとりたい．

・導入：講義の始めに学生を引きつけると，効果的である．次のような題材や構成をとるとうまくいくときもある．
・発見的に導入
・意味や意義を考える
・仕組みの理解…そうだったのか，と言わせることを狙う
・不思議に思わせる…なぜ？→その問いかけに答える
(注) 実際に次の節で具体例を挙げてみる．

3．例:剰余と文字式

中学時代，文字を使う段階で挫折した人は多い．特に，状況や現象を文字を用いて表すことが苦手な学生が多い．また，割り算の定理と余りは，整数を学ぶ上で大変重要となる．この 2 つを学ぶ講義としてここでは，割り算の余りと文字式の効用をテーマにした講義 1 回分のスケッチを挙げてみる．

問 1　74 を 6 で割ったときの余りは何か．



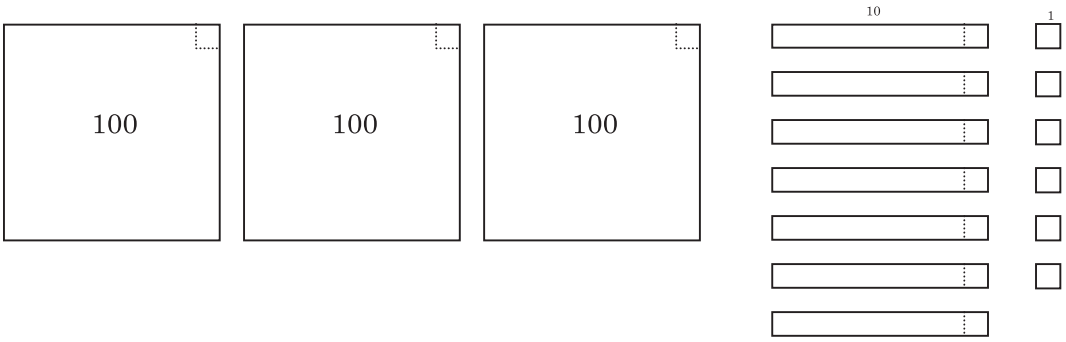
割り算の定理　整数 $a, b(b > 0)$ に対して，

$$a = bq + r, 0 \le r < b$$

を満たす整数 q, r がただ 1 組存在する．

定義　割り算の定理における q, r を a を b で割ったときの**商，余り**とよぶ．

問 2　376 を 9 で割ったときの余りは何か.



（注）発見してほしいのは，図を参照すると，376 を 9 で割った余りは，$3+7+6$を 9 で割った余りに等しい.

一般に，次が成り立つ．←学生に発見させる

定理　どんな自然数でも 9 で割った余りは，各桁の数字の和を 9 で割った余りに等しい.

問 3　3 桁の正の整数について成り立つことを示せ.
(注) ここで文字を使う必然性と効用がわかる.

問 4　**定理**を示せ.
(注) この後いくつかの例をやる.

問 5　3 で割ったときの余りの求め方を見つけよ.

問 6　8 や 7 で割ったときの余りの求め方を見つけよ.

問 2，3，4，5，6 は，学生に考えさせたい.

3. 学生が考えたくなるようにするには

教具の活用もときには効果的：

1) 理解を助けるため

2) 概念を具体化させるため

3) 楽しくさせるため

4) 記憶を定着させるため

5) 結果の発見・予想のため

その他，**ありきたり**のことであるが

1) 興味を持たせる努力を怠らない

2) 自分で考えたくなる仕組みを作る：自然に教えあう(学生同士で)雰囲気作り．いろいろな解法(考え方)が飛び交うといいのだが

3) 「合っている」気がする　から　「心の底からわかった」という実感へ

4) 学生が，思考の末の達成感を感じる

5) このような講義がつづくような題材と構成を練る

6) 学生との良好な関係

4．最後に

学生に理解させたい内容，そのために身につけておくべき基本，なぜそのような考え方をするのか，どのようにして学生たちが授業の内容を教えあうようにするか，などを試行錯誤して，教員も時間を惜しまないことが大切だと思う．結局，学生を育てたいという熱意と根気を持ち続けることしかないようである．

文系学生に対する数学教育

桜美林大学リベラルアーツ学群基礎数理専攻 教授　芳沢　光雄

文系学生に対する数学教育（大学コンソーシアム京都）

芳沢光雄（桜美林大学）

１．　学力差と向学心に関しての大きな開き

私大文系入学形式による学力差　考えない学生　ＳＰＩ問題集　留学生の反応

２．　態度の悪い学生に見受けられるお客様意識

出前授業でない出前授業　オープンキャンパス　授業評価　教育話法

３．　数学基礎力は無いが向学心のある学生から分かる初等･中等教育の失敗

数学に対する大いなる誤解（論理）　数学に対する大いなる誤解（応用）

４．　学力と向上心のある学生に対する線形代数、微分積分および確率・統計

「対角化」までの学習　線形計画法　経済学での「限界」　微分方程式とｅ

同志社大学文化情報学部の挑戦　推移確率行列　多変量解析　有意水準

ソフト任せの問題点

以上

参考資料　年間授業リスト（桜美林大学リベラルアーツ学群　芳沢光雄）

話を進める上での参考資料として、年間授業リストを付けさせていただきます。なお関連する補職として、学生数約５千人のリベラルアーツ学群の就職委員長および教職委員を担当しています。

数学概論（２単位、前後期とも同じ内容で開講）

高校数学の２年生レベルまでの内容を、生きた話題も用いて復習。

自然科学基礎（数学）（２単位）

予備知識なしで、数、図形、論理、確率などの考え方を説明。

代数学（４単位）

群、環、体の基礎理論を学び、方程式の可解性の話にも触れる。

離散数学（４単位）

グラフ、デザインの基礎事項を代数学、線形代数学の知識を用いて学ぶ。

中等数学科教育法 III（教職２単位）

高校数学の概要を、模擬授業を交えて学ぶ。

中等数学科教育法 IV（教職２単位）

算数・数学のつまずきのポイント（「すべて」「ある」、「３」の発想等々）を説明する。

リベラルアーツセミナー（１年生ゼミ２単位）

新入生が大学生活に慣れるための授業。レポートの書き方、発表の仕方、等々。

専攻入門（オムニバス２単位）

リベラルアーツ学群にある各メジャー（専門）の紹介で、数学を担当。

専攻演習 I（３年生ゼミ２単位）

３年生のゼミで、私は数学好きなグループと数学嫌いなグループに分けて対応。

専攻演習 II（３年生ゼミ２単位）

上記の専攻演習 I に続く授業で、基本的にはセットで履修させる。

卒業研究（４年生４単位）

時間割を設けないで行う卒業研究で、いわゆる卒論に代わるものを書かせる。

個人的に行う算数ボランティア授業（単位認定なし）

SPI 問題が“理解して”解けるようにするために、算数の基本的な発想を丁寧に説明。

他に、偶然にも同じ京都ということで記載させていただきますが、同志社大学理工学部数理システム学科での**数理システム特別講義 I** を前期に担当しています。

数学って面白い

芳沢 光雄

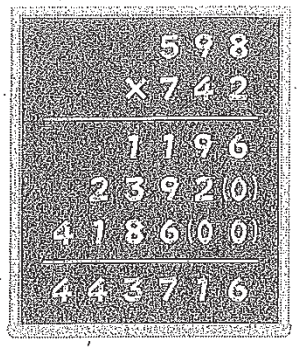
大学生に熱気
夜の補習授業

午前と午後の授業が終わった二百人近く収容できる教室が、夜になってから一気に熱くなる。

「三桁同士の縦書き掛け算で、段が一つ下がるごとに左に一つ寄せていく意味は、十の位を掛けて最後の0を省いて書き、百の位を掛けて最後の00を省いて書き…と続けていく意味だということが分かりましたか。はい、手を挙げて！」

そんな質問に対し、大学生が童心に帰ってドッと手を挙げる。

3桁同士の縦書き掛け算の解法



これは大学での私の授業である。学生にとって単位にはならないし、私もボランティアである。しかしながら、昨今の日本の大学では信じられないほど、全員が集中して無邪気に学んでいるのだ。

一九九〇年代に大学設置基準が緩和されて入学定員が増えたこと、あるいは少子化の影響によって、高校生の約半数が大学生になる時代になった。そして、私立大学ではほぼ半数の新入生が、書類選考と面接だけのAO入試や、推薦入試で入学している。さらに、初等中等教育段階での学習時間や学習内容の削減も加わって、かつての大学教育と同じものを行うことは、一部の大学を除いて事実上不可能になった。そこで各大学では、高校までの内容を復習する「リメディアル教育」（補習）を積極的に導入してきている。そこでの最重点教科は、数学である。

現在の学問は理工系ばかりでなく、多くの文系学問でも高度な数学が本質的に使われている。ところが、昨今の大学生就職難報道で明るみに出てきたことだが、高校数学どころか小学校で習ったはずの算数の発想も理解していない大学生が非常に多くいる。就職適性検査の数的分野の問題は算数の発想を理解していれば、大概解くことができる問題であるが、それらがほとんど解けないために就職試験で門前払いに遭ってしまう。

そのような状況を率直に受け止めて、私は専門の代数学、離散数学および教職数学の授業とは別に、自著をテキストにした単位認定の「数学概論」という授業を行っている。本書で「なぜ、それを学ぶのか」「一歩ずつ理解して積み重ねる」などを重視しているように、授業ではヤミ金融の怖さを対数の定義から説明したり、消費者金融のグレーゾーン金利の廃止の効果を等比数列の和を導くことから説明したり、プロセスと生きた題材を努めて大切にしている。

冒頭で紹介した単位認定無しの授業は、この「数学概論」を履修することさえも学力面で困難な学生のために思い切って開講した授業である。どちらの授業に関しても、「目先のテスト対策として『やり方』だけ学ぶ従来のものとは異なって、生き生きした本当の数学を初めて学んだ」という学生からの感想が圧倒的に多くあり、昔の寺子屋を想像する。

ところが多くの大学では、「小・中・高校でしっかり学ばせない教育システムに根本的な原因があるのに、なぜ大学の教員がそのツケをすべて背負わされなくてはならないのか」という、ある意味では一理ある意見が大勢を占めているようで、私と同じように考えて行動を起こしたい教員は、思うようにならない現状がある。そして、リメディアル教育のために、予備校が作った総額一千万円程度のビデオ教材を購入して学生に見せたり、学習塾が作った単純な算数計算プリントを行わせたりしているようだ。これでは大学が、自らの使命を放棄しているようにさえ思える。

日本の初等中等教育にある、答えだけを当てる試験至上主義的な勉学を大学生に繰り返させるのではなく、プロセスと応用を大切にするものに体を張って改革しようではないか。

◇

よしざわ・みつお＝数学者、桜美林大教授　1953年、東京生まれ。著書に『新体系・高校数学の教科書』など。

教育提言

出前授業の在り方を考え直そう

芳沢光雄
◉桜美林大学リベラルアーツ学群

はじめに

私は小・中・高校への出前授業を15年ぐらい前から積極的にお引き受けしており，毎年，10校以上は訪れている．当初は主に，母校の慶應義塾普通部(中学校)や友人が勤務する東京家政大学附属女子中学校など，首都圏の私立中学校に手弁当で訪れていたが，その後は全国各地を回っている．それらの目的は，「多くの生徒諸君に算数・数学を好きになってもらいたい」という一心で，もともとの「青少年に科学への興味・関心を高めよう」という精神に従ったものだと考えている．しかし最近，その精神とはかけ離れた高校への出前授業が見受けられることもあり，また小学校に対してそのことをもっと大切にすべきという気持ちもあって，本稿では出前授業の在り方を考え直してみたい．

高校への出前授業の思い出

まず，数学関係者にとって最も注目されるのは，やはりSSH(スーパーサイエンス・ハイスクール)であろう．一般に理数系で優秀な生徒が多く在籍している学校がその指定を受けるようであり，私自身もSSHには素晴らしい思い出がいくつかある．

2007年に訪れた東京都立戸山高校では，授業を楽しく聞いていた女子生徒が偶置換・奇置換の概念に繋がる面白い質問をしてきたが，後でその生徒が鉄道の各駅にある自動改札機で発電するアイデアを生んだ者であることを知らされ，発想の豊かな生徒に出会ってびっくり仰天した．2008年に訪れた静岡県立磐田南高校でお引き受けした全校生徒対象のSSH記念講演は過去，ノーベル賞を受賞された江崎玲於奈(2003年)，白川英樹(2004年)をはじめ理科の偉い先生方ばかりで，私のような大した人間でもない数学の変わり者では馬鹿にされるのではないかと不安だった．ところが，生徒の講演を聞く態度やその後の感想文は，過去に行った1000人前後を対象とする講演では考えられないほど謙虚で生き生きしたものだった．昨年の秋深まった頃，山梨県を代表する名門校である甲府南高校の三年生に対し，当時執筆中だった『新体系・高校数学の教科書』(講談社ブルーバックス)の原稿にやや自信がもてなくなった時期でもあり，試しにその中からいくつかの話題を選んで話した．大学受験を間近に控えていた生徒にはむしろ申し訳ない気持ちをもったが，それを吹き飛ばすような頷きながら楽しく聞く生徒の表情や感想から，自らの執筆に自信をもつことができ，その書は予定通り本年3月に出版に至ったということもあった．

もちろん高校への出前授業に関しては，SSHとは無関係にたくさんの素晴らしい思い出がある．2006年7月26日に小説『坊ちゃん』100周年記念事業の一つとして，夏目漱石が教鞭をとったことのある愛媛県立松山東高校(旧制・松山中学)で，冷房も効かない由緒ある「明教館」で授業をした．そのときの外気温は37度ぐらいで，私も羽織袴の坊ちゃんスタイルで大変であったが，大汗かいても暑さを物ともしない生徒諸君の集中した表情は，さすが四国一の名門校を思わせるものを感じた．一方，問題のある生徒が少なからず在籍していた東京都立の定時制高校に自ら志願して手弁当で出前授業に行くと，授業の前に担当の先生から「先生の志願からこの授業が実現しますが，生徒が問題を起こすかもしれないので，先に先生に謝っておきます」と言われて授業を行ってみると，確かに机の上に足を投げ出して携帯を持ち出す生徒もいたが，不安そうな表情の中で目を輝かせて聞いている生徒を見つけた．ときどきその生徒の視線に目を合わせて授業をしたところ，授業後に担当の先生から，「あの生徒は小学校から中学校まで，ほとんど不登校でした．あの目の輝きは学ぶことに対して積極的になったシグナルだと思いたいです」と言われ，胸がジーンと打たれてしまった．かつて北・北海道の教員研修会で訪れたことのあるオホーツク海岸近くの道立浜頓別高校にやはり手弁当で行ってみると，不動点定理の易しい事例をいくつか証明した後で，ある生徒が感激して興奮を止められなくなってしまい，先生方が生徒を冷静にさせるために一苦労したことが懐かしい．

出前授業の名を汚す“出前授業”

上記のような事柄とは裏腹に，最近，出前授業の名を汚すような奇妙な“授業”が流行ってきて残念でならない．その背景には，91年の大学設置基準の大幅な緩和により安易に大学を次々と設置させてしまったことがある．3分の1の大学が実質的に定員割れの状態になった現在，生徒をかき集めるかのような“多様”な入試にはもはや限界があり，大学側が目を付けた一つの手段が，高校への出前授業である．それは，大学側から「私どもの大学の教員を貴校で出前授業をさせていただけませんか」という電話から始まるそうだ．その目的はただ一つ，生徒に自分の大学への入学願書を書いてもらうことだけであり，生徒の科学への興味・関心を高めることなどは，あまり関係ないのである．そして，授業を行う教員は大学で何を研究している誰なのか，ということは陰に隠れてしまう．また多くの場合，小・中学校への出前授業にはまったく関心のない教員が行う．高校へは「ぜひ，出前授業に行かせて欲しい」という一方で，「小・中学校への出前授業なんかできません」と平然と言ってのける態度に対して，小・中・高校の教員からは，本来の出前授業の精神を踏みにじったものと捉えられ，大学関係者に対する不満の声はさまざまな場でしばしば聞くようになってきた．

それ以上に困ったことは，その状況に目を付けた業者が高校への出前授業に介入してきたのである．表現は問題かも知れないが，一種のお見合い紹介業の感覚で，高校と大学の双方から謝礼金をもらって“出前授業”をセッティングする．そして効率化を図るため，同一日に10大学程度の大学教員をまとめて一つの高校に招く．そして高校側では，「A大学さんは1教室，B大学さんは2教室，…」という感じで，各大学別にそれぞれ授業をさせるのである．私も仕事と割り切ってそのような“出前授業”にも何回か行ったが，校長先生の態度には驚かされてしまう．「皆様にこれから私達の学校の生徒にお会いしていただきますが，それがきっかけで志望大学が変わった生徒もいます．それだけに，しっかり大学を紹介するように話してください．それまでは各自の指定された椅子に着席して，待っていてください」というような発言は普通であって，本来の出前授業の精神はどこにもない．もちろん，参加される大学教員が高校側に交通費等を望むことなどは論外で，「生徒にタダで会わせてあげる」という意識がはっきり表われている．実際，予備校に大学関係者が講演しに行く場合，一部では大学から予備校に相当な謝金を支払っているそうだ．

私は過去15年余り，のべ200校ぐらいで出前授業を行い，一つの格言をもっている．それは，「出前授業を生徒と一緒に見学する校長がいる学校での授業は充実する」というものである．上で紹介したような業者が介在するものでは，校長が授業を見学することはない．当然，そのような場での授業は大学教員にとって，あまり面白いものではない．気の毒なのは，本来の楽しい出前授業を一度も体験したことのない情熱的な大学の若手教員が，このような怪しい“出前授業”しか体験しないことになると，「お気の毒様」では済まない．「自分も学問の面白さを生徒に紹介しようと願っていたのに，大学案内役にさせられてしまった」という嘆きである．そこで一部では，大学教員に代わって大学事務職員が“出前授業”を行うようになってきた．

一つの提案

以上を踏まえて，私はここに一つの提案をしたい．「出前授業」という言葉を使う以上は，本来の，青少年の科学への興味・関心を高めることを目的としたものに限定する．そして，複数の大学関係者を同時に高校に集めて各大学の説明を行う場合は，「大学説明会」という名称を用いる．そのように，はっきり分けることによって高校生諸君や大学教員に誤解を与えないこと

になる．高校生に対して"授業"という言葉を用いて半ば強制的に大学説明会に出席させるやり方は見直して，堂々と「説明会」という言葉を用いて，出席に関しては生徒の自由に任せるべきだ．

三つ子の魂百まで．

さて，上記のような事情から，多くの大学教員にとっての出前授業は高校だけを対象に考えている感がある．しかしながら出前授業は元来，小学校，中学校，高校それぞれに目を向けるべきものだろう．むしろ「三つ子の魂百まで」という諺を考えると，高校より中学校，中学校より小学校での出前授業を大切にしてもよいのではないだろうか．私は，小学校，中学校，高校を平等に対応したいという気持ちから，それぞれへの出前授業の回数は大体同じくらいになるようにしているが，授業を行ったときの生徒の反応は，高校より中学校が良く，中学校より小学校が良い．それは，たとえば挙手を求めたときの反応にはっきり現れる．

およそ社会のさまざまな分野の第一線で活躍している人達が，その道へ進むきっかけが小学生の頃にあったことを思い出話の一つとしてよく話す．私自身も小学生の頃，縦書きの掛け算の仕組みが友人の誰よりも遅くに分かったこと，素数が無限個あるユークリッドの背理法による証明を知ったこと，15ゲームで完成するものと完成しないものがあることを察知したこと，それらが現在の生き方の礎をつくったと考える．そのように，小学生に対して「芽」を出すきっかけをつくることは大変意義のあることだろう．

中学校への出前授業と過疎化対策

思い返すと，中学校と小学校への出前授業それぞれに忘れられない出来事が目に浮かぶ．手弁当で訪れた東京家政大学附属女子中学校，あるいは招かれた形で訪ねた安田女子中学(広島県)，静岡英和女学院中学校などの各私立女子中学では，のべ五百枚ぐらいの生徒からの感想文をいただき，女子中学生は指輪，じゃんけん，あみだくじ，実際の乗り物の速さなどの実生活に結び付く話題を題材にした授業を展開すると，数学に対する関心が一気に高まるはっきりした傾向を掴んだ．OECDの学力調査PISAなどから日本の女子の数学嫌いは顕著であるが，それの一つの解決を図る方向を暗示していると考える．SPS(サイエンスパートナーシップ)では中学校での出前授業が可能なので，それで訪れた秋田県のある中学校で，授業をした後に担当の教頭先生から，「○○君は転校生で，皆と違って今までの授業には積極的ではありませんでした．その彼が，先生の授業のとき，喜んで積極的になって発言して，本当に嬉しかったです」と言われたことは，涙こそ出せなかったが感激した．実は，その学区域は俳優の柳葉敏郎さんが，「子育ては東京でなく秋田で」という考えで実行しているところだけあって，素晴らしい環境が整っていることも実感したのである．同じ秋田県の大仙市立西仙北西中学校には，過去3回訪れた．最初は文科省企画「その道の達人」，次が手弁当，次がSPSであるが，冬季は雪深い地域ゆえ，寄宿舎まである学校である．自然環境は豊かで，当初の校長先生は環境破壊に繋がるブラックバスの研究を生徒と一緒に行い，その研究で文部科学大臣賞も受賞されたほどである．地域が，「すべての子ども達は皆の子ども」という考えをもって教育しているところでもあって，日本の古き良き連帯感が遅しい生徒を育てていることが実感できる．この学校は訪れる度に，生徒の鋭い質問がいくつかある学校で，私自身が勉強をさせられる．整数の不定方程式に関する質問で，参ってしまったこともある．また泊りがけで訪れるので，空いた時間に周囲にある大沢郷小学校や双葉小学校に飛び入りで出前授業を行うが，過疎化ゆえの少人数教育がきめ細かい指導ができるモデル校になっているかのように感じた．この辺りの学校は木造の素晴らしい校舎であるが，日本で一番過疎化が進んでいる地域だけに，統廃合の対象になっていて残念でならない．

全国学力テスト(全国学力・学習状況調査)が最初に行われたとき，結果が発表される前は，マスコミは「学習環境の整っている東京や大阪が成績の上位を占め，過疎化が進んで本屋や学習塾の少ない秋田県などは成績が悪いのではないか」などと，無責任なことを発言していた．私は，「自分の目で見た秋田県はまったく違う」ということから，どこかにその思いを証拠として残そうと思って，その地区の教育環境の素晴らしさを算数・数学物語『数のモンスターアタック』(幻冬舎)の後書きに書いておいたほどである．学力テストの結果は私が目で見た秋田県がトップであったが，ここで今から数年後を予測すると，秋田県はトップから落ちる可能性が少なくないと考える．その理由は，上で述べた学校の統廃合が，7校を1校にするような大胆な政策で推し進められ，過疎地の生徒は1日に2，3本しかないバスで通学することになる．そうなれば，勉学どころか通学に相当な気力や体力を使うことになってしまうからである．私もこの動きになんとかストップを掛けられないものかと知恵を絞ってみたが，当面は，複数学年で一クラスをつくってでも小学校は残し，中学校は複数教科の教員免許をもった教員を増やして対応する，そのようなことは考えられないものだろうか．そもそも，三大都市圏を除く日本全国で過疎化が急ピッチで進んでおり，過疎地の子ども達の教育を守る政策を国会議員に早急に考えてもらいたいのだ．

「その道の達人」の復活を

出前授業ができる文科省企画は，SSH，SPS，「その道の達人」の三つであったが，「その道の達人」は国の予算などの理由から2009年度をもって終了した．これは小学校への出前授業もできたので，忍者の町の甲賀市立雲井小学校(滋賀県)，近くに松島湾がある東松原市立小野小学校(宮城県)，フランシスコ・ザビエルゆかりの地にある日置市立鶴丸小学校(鹿児島県)，田村市立瀬川小学校(福島県)などのいくつかの小学校で，出前授業ができた．どこでも素晴らしい思い出が残っているが，とくに瀬川小学校では授業の後で担当の先生が走ってきて，「芳沢先生，大変です．私の生徒が『昨日まで僕は将来，漫画家になろうと思ってたけど，明日からは数学者になることを決めたよ』と言います．どうしましょうか」と尋ねられたときは，ニコッと大笑いしたのだ．

教育行政を司る方々に提案したい．SSHやSPSが存続することは当然として，「その道の達人」を中止したことは，高校や中学校より小学校を軽視しているように捉えられ兼ねないと考える．「三つ子の魂百まで」という諺の意味を思い返して，なんとか「その道の達人」事業を復活できないものだろうか．

小学校を大切にしよう

私はもちろん，「その道の達人」以外にたくさんの小学校での出前授業で素晴らしい思い出があるが，どうしても紹介したい校長先生と学校がある．2005年に静岡市立清水有度第一小学校(当時)に訪ねた．そのときの校長先生は美術が専門だったが，美術の世界からその他の世界まで「やり方」を教える前に試行錯誤をさせるしっかりした考え方をもっていた．それが私の数学教育に対する考え方と一致して，その後，何回かは静岡の小学校に訪ねたことを思い出す．生徒はまず，自分自身で試行錯誤しながら工夫して考える態度がしっかりと身に付いていて，それから学力が高くなっていくことをさまざまなデータから納得できた．OECDが2006年に実施した学習到達度調査PISAで日本は読解力，数学的応用力，科学的活用力のすべてで順位を下げた．その発表に合わせて2007年12月に来日したグリアOECD事務総長は「知識を記憶して再現することしか学んでいない生徒は，将来の労働市場で通用しないだろう」と述べたが，彼が訴えたかった教育は，まず試行錯誤して考える校長先生の教育なのだろう．

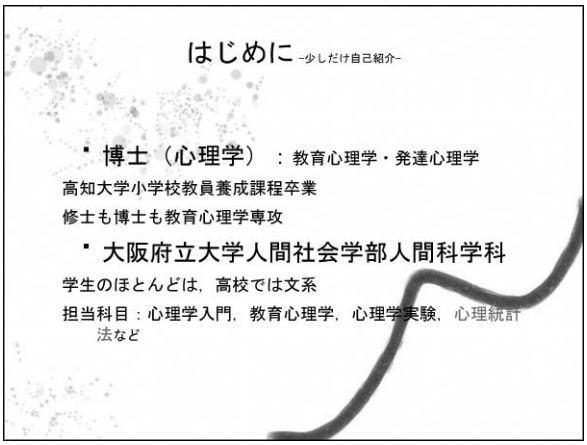
2010年の夏休みに，本務校の桜美林大学の近くにある町田市立小山田小学校に手弁当で出掛けた．出前授業の後で，見学していただいていた父母の一人が「人間は犬を育てるとき，子犬を大切にしますね．教育でも，今日のように小学校にもっと目を向けていただけると嬉しいです」と，ポツリと話し掛けられたことが忘れられない．本稿が，日本の小・中・高校における出前授業の在り方を考え直すきっかけとなれば幸いである．

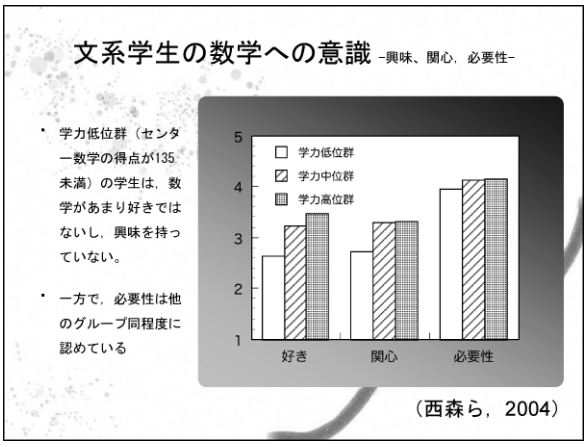
［よしざわ みつお］

“数学”という言葉の話し方

大阪府立大学人間社会学部 准教授　岡本　真彦

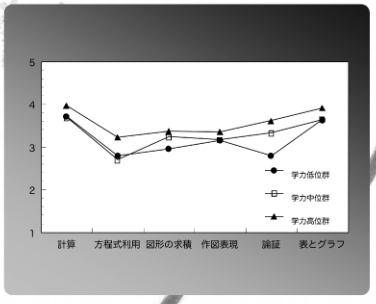
（グレゴリウス版『原論』(1703)神戸大学所蔵本より）





文系学生の数学への意識 -日常的有効性認知-

- 学力低位群（センター数学の得点が135未満）の学生は，方程式，図形の求積，論証などの学習内容の日常的有効性の認知が低い傾向にある。



（西森ら，2004）

文系学生の数学への意識 -学生たちの声-

- 数学ができるようになりたい
- 数学はできたほうがいいと思っている
- （ごく一部）数学とは関わりたくない
- 数学の授業で，分からなくてもどんどん進むという（おいてけぼりの）経験をした（かなり共通の体験）

文系学生の数学的スキル

- 文系学生は，計算手続を暗記的に覚える傾向があり，手続きの意味は理解してないことも多い。

(ア) $\sum_{k=2}^{4}(2k-1) =$ (5)

$$\sum_{k=2}^{4}(2k-1) = 3+5+7 = 15$$

解答欄(5)	人数	割合
15(正解)	24	43.6
24(=3+5+7+9)	7	12.7
上記以外の数値	12	21.8
文字式	1	1.82
無解答	11	20

文系学生の数学的スキル

- 文系学生は，数式表現から，他の表現形式に変換するのは苦手。

(イ) $1+4+9+16+25 = \sum_{k=1}^{\boxed{(6)}} \boxed{(7)}$

$$1+4+9+16+25 = 1+2^2+3^2+4^2+5^2 = \sum_{k=1}^{5} k^2$$

解答欄(7)	人数	割合
正解	27	49.1
kの式だが間違い	4	7.27
k以外の文字	5	9.09
数値(文字式でない)	1	1.82
無解答	18	32.7

“数学”という言葉の３つのモード

- 数式表現

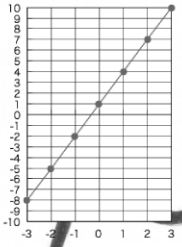
“y=3x+1”

- 図的表現

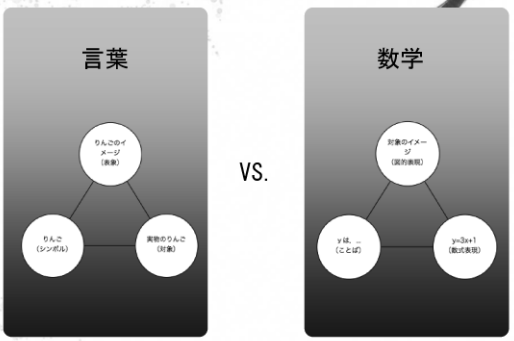
右図参照

- 言語的表現（ことば）

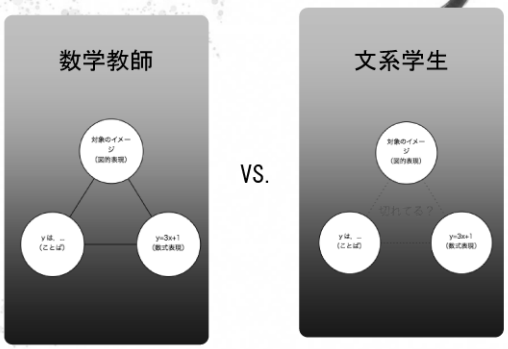
“ｙはｘを3倍して，1を加えたもの”



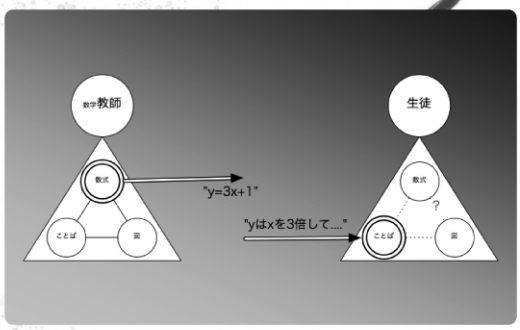
言葉の３項関係と数学の３つのモード



数学教師と文系学生の違い



教師と生徒の会話モードのズレ



統計学を教えるにあたって気をつけていること

- 統計（数学）の道具性

統計学が何に役立つか？を理解させる

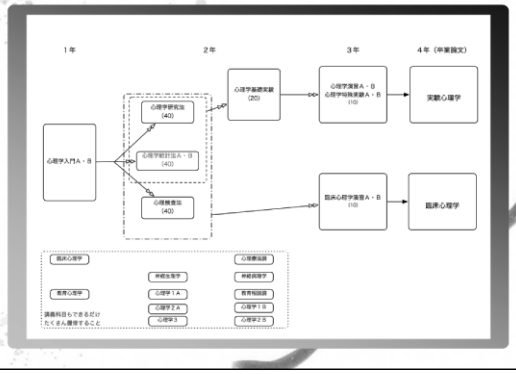
- 学びのコミュニティづくり

分からなくて当たり前の雰囲気作り

- テキストの選択

ユーザー目線で書かれた教科書の使用

心理系のカリキュラム



統計（数学）の道具性

- 入門科目（一回生時）での意識づけ

「心理学は，理系です！から，数学と英語が必須です」

- 統計学のオリエンテーション時

「統計学が分からないと，心理学の論文は読めません」

【計数行動と数の空間表象の関連性】　上記の３つの群のDRT（右に数が提示されたときの反応時間−左に数が提示されたときの反応時間）を図３に示した。また，それぞれのグラフの直線回帰式を算出して，図中に示した。３群のそれぞれの回帰係数について片側Ｔ検定を行った結果，右／左群のみが有意であった（T=3.78 DF=39，P<.01）。

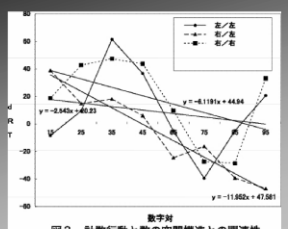


図３　計数行動と数の空間構造との関連性

学びのコミュニティづくり

- 文系学生が統計学を分からなくて普通
- 宿題は，学生がグループを作って作成
- 分からないことが分かるための時間を用意
- 全員で協力して，優（８０点）を取ることが目標

テキストの選択

レベル１：専門書

レベル２：専門家の視点から書かれた入門書

レベル３：非専門家の視点から書かれた入門書 ←――本書のポジション

レベル４：とにかくポップな入門書

図 0.2.1　統計の本のレベル分け（主観的）

（山田・村井, 2004より）

専門家目線のテキスト

- 記述が専門的（数学的）
- 数式表現のみ

１組の測定値の位置の測度として平均が選ばれたから，変動の測度としては各測定値の 平均からの偏差を用いるのが 妥当であろう． 分類されてないデータの場合には，各測定値の平均からの偏差は $X_1-\bar{X}, X_2-\bar{X}, \cdots, X_n-\bar{X}$ である．$\bar{X}$ より大きい X の値の偏差は正で，$\bar{X}$ より小さい X の値の偏差は負である．しかしここで必要なのは，各 X の平均からの距離(これはすべて正)であるから， 各偏差の絶対値，または各偏差の２乗を用いればよいであろう．ところが，絶対値は数学的に扱いにくいので，各偏差を２乗してその平均をとるのがよいとされている．したがって，１組の測定値に対する変動の測度は，次の式で与えられる．

（5）　$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2.$

（ホーエル, 1981より）

ユーザー目線のテキスト

- 記述が平易で，非専門家でも分かりやすい
- 記述が，数式表現，図表現，言語的記述の３つの手段で記載されている

❍分　散

平均偏差では，偏差の絶対値を考えることで，偏差のプラスマイナスの影響をとりのぞくことができました。しかし，符号を考えなくて済む方法は絶対値だけではありません。それは２乗です。マイナスの値を２乗するとプラスになります。２乗してしまえば符号の影響はなくなるのです。

これを利用した散布度の指標があります。それが分散です。具体的には，偏差を２乗してそれらの平均を散布度の指標としたものです。偏差の２乗をそれぞれ求めたら（表2.6.6），それを平均したものが分散です。つまり，（1＋1＋0＋0＋0＋1＋1）÷8＝0.5です。式であらわすと，

表2.6.6　偏差の２乗（データA）

データの値	4	4	5	5	5	5	6	6
偏差	−1	−1	0	0	0	0	1	1
偏差の２乗	1	1	0	0	0	0	1	1

$$分散=\frac{(1番目のデータの値-平均)^2+(2番目のデータの値-平均)^2+\cdots+(n番目のデータの値-平均)^2}{n}$$

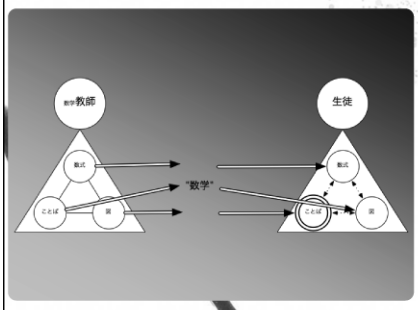
となります。このように，分散とは，平均をデータの代表値と考えたときに，平均からの偏差の２乗がデータ全体で平均的にどれくらいになるかを示したものです。分散の値が小さいときは平均のそばにデータの値が集中しているということになります。

（山田・村井, 2004より）

指導のポイント –教室環境–

- 不安なく，数学を学ぶための学習コミュニティの形成
- 自由進度学習という考え方
- 数学の道具性の理解
- 到達目標の明確化
  “何ができるようになって欲しいか”

指導のポイント –教えかた–



- 教師は３つのモードをすべてを使って説明する
- 生徒が，３つのモード間を結びつけられるような学習活動を取り入れる

引用文献

- P. G. ホーエル　1981　初等統計学
- 西森章子・岡本真彦・三宮真智子・加藤久恵　2004　大学生における日常的有効性認知を指標とした数学学習内容の分析　日本教育工学会論文誌 Vo. 28 pp. 213-216.
- 山田剛史・村井潤一郎　2004　よくわかる心理統計　ミネルヴァ書房
- 読売新聞　2010年11月8日　夕刊