

## 第3分科会【数 学】

スムーズな高大連携、数学を楽しみ、学び続ける人を  
育てるとりくみを交流する

報告者▶ 西村 徳寿（京都橘大学発達教育学部児童教育学科准教授）

報告者▶ 早苗 雅史（立命館高等学校数学科教諭）

コーディネーター▶ 園田 毅（同志社中学校数学科教諭）

高校から大学の学びにスムーズにつなぐ取り組み、数学に興味を持ち続けて学び続ける人を育てる取り組みや工夫を交流しましょう。

### 概 略

西村氏からは、「覚える算数学から理解する算数学への質的転換をめざして」と題し、複数の研究者の数学教育に関する論文の紹介とともに、日本の大学生が小中高で学んできた算数・数学の基礎学力が剥離している現状を率直に報告、問題提起された。PISAの「比」に関する問題を例に、基礎学力が身に付いていない学生への「リメディアル教育」の必要性を主張された。後半、具体的に、京都橘大学で実践されている「算数学」で行っている数学史、円周率、割合などの授業を紹介された。

早苗氏からは、「数学における課題学習と課題研究 —自ら学び、考える力を養う数学教育—」と題し、大学入試改革の理念を大学入学共通テスト（プレテスト）の問題作成方針を紹介した後、立命館高校で実施されている課題学習、課題研究を写真や映像を交えて具体的に紹介された。「塩山の教える幾何学」「ライフゲーム」「ミラーシステム（万華鏡）を利用した正多面体の作成と応用」「ルーローの多角形の一般化と重心の軌跡」「三角関数列のグラフにおける空白域」などを紹介された。

園田氏からは、「中学数学から広げる数学の世界 —授業・課外活動・『同中学びプロジェクト』から—」と題して、授業・その他の課外の学びを通じて、中学生が数学への関心を抱き、学問的興味を持てるような取り組みを進めていることが報告された。各自が作成した分度器「カクシリキ」を用いて仰角の測定から山の高さを三角比表を用いて計算した中1の授業実践、東京大学カミオカンデをはじめ大学や企業の研究室への訪問を企画し、数学・科学の学問のおもしろさを啓発している状況が紹介された。

### 全体討論の内容

西村氏の報告に対して、大学教員から同じ問題意識を持っていること、特に「割合・比」の分野が、小学校で学習した後、中高は系統的に学ばない状況で大学に接続している現状が指摘された。また、日本の小学校では学級担任制になっているが、算数は専科教員が担当したほうがよい

のではないかと、中学、高校で数学と理科を融合させるような授業・カリキュラムが必要なのではないかなどの問題指摘があった。

早苗氏の報告に対して、取り組みの枠組み、具体的なテーマのさらなる紹介について質問があり、補足説明があった。各校が具体的にどのようなテーマ設定をし、どのように研究を進めるかという点について試行錯誤されている状況が共有された。

#### 到達点と今後の課題

日本の数学教育について、光の部分と影の部分（国際学力テストはトップクラスだが、一方で学力が剥奪されている現状）が共有された。また、大学入試改革自体の進行は微妙な情勢ではあるが、その理念そのもの（実生活や社会で生かせる学び、学び続ける大人づくり、基礎学力の定着・育成、研究・探求などの授業改革）や諸学校での理念の具現化に努力されている状況が交流できた。今後、改めて具体的な実践が校種を越えて学び合う必要があることが確認された。



2019年12月7日  
京都橘大学発達教育学部  
児童教育学科 西村徳寿

覚える算数学から理解する算数学への質的転換をめざして  
－割合の指導に焦点をあてて－

1. はじめに

- ・2040年に向けた高等教育のグランドデザイン（答申）から
- ・大学教育の質の保証に対する取り組みの問題
- ・大学教育と初等中等教育との接続について
- ・基礎学力の身につけていない学生に対するリメディアル教育  
例えば、窪田（2006）、江口（2010）

2. 大学での数学教育の質的転換に向けた視点

(1) 学校数学の課題

- ・栗原他（1994）：生徒が算数・数学を学習していく中で、疑問や不思議に答えられる授業がなされているか。
- ・窪田（2006, 2007）：小学校から高校まで、さらに大学初年次教育まで一貫して使用可能な算数学に関する副教材の開発の必要性の指摘。
- ・畑村（2005）：多くの人たちが「数学はよくわからない」とあきらめた理由としては、自分との接点が見えなければ、頭の中に「わかる」ためのテンプレートのつくりようがないから。

(2) 大学における数学教育の課題

- ・高安（2014）：学生の数学の有用性の理解に基づく数学的リテラシーの育成に向けた数学史を取り入れた数学教育の必要性。
- ・椋本（2016）：「中学時代に理解できなかった『文字の使用』と『論理』を克服できないまま」の学生への支援、学生の能動的な思考を促す参加型学習への示唆。
- ・佐藤（2019）：「数学は暗記物」という価値観、「考える問題より計算問題を好む」という傾向の克服に向けた「考える」ことや「理解する」ことに重点をおいた指導の必要性。

(3) 課題からの示唆

- ・リメディアル教育から明らかになる学生の躓きや課題を学生個人の問題としてのみ捉えるのではなく、学校数学の課題として捉える。
- ・数学的リテラシーの育成に向け、高校までの学習で学生に培われてきた数学観の転換を図る。
- ・数学史の活用など数学の有用性を理解させたり、計算だけでなく計算することの意味を理解させたりする指導が必要である。

3. 算数学の指導例

- ・教養入門の講義テーマから：数学史、円周率、割合。
- ・数学概論の講義テーマから：10進數位取り、 $n$ 進數位取り。

#### 4. まとめ

##### (1) 学生の感想

- ・私は昔から数学に苦手意識を持っていて、正直、証明などの問題を解く必要性を全く感じていませんでした。ですが、今日の授業でエジプトから始まった数学の歴史やリングの計算などちょっとしたゲームのようで楽しかったです。
- ・実際に測定をして、割合を求めていくと分かりやすかったです。小学校では、「く・も・わ」で割合を求めていたけど、今日やった、「もとになる量×割合＝くらべる量」の方が式も立てやすくやりやすいと思いました。
- ・小学校の授業で10進数の考え方を得たので、その考えから2進数の考え方にシフトチェンジするのがとても難しかったです。また、1巻きや1枚という風にタイルに例えて足し算、引き算を行うことが意外に難しかったが、この考えが、2進数の考え方に繋がった時はとてもスッキリし感動しました。毎回の授業で言葉だけでなく、実際にタイル、積木を使って行うことで、より想像しやすくする事は小学校の授業でも使えらると思えました。

##### (2) 思考を引き出す教具や教材の重要性

- ・現実世界にある具体物から半具体物、そして数学的抽象概念（数・文字、関数、図形など）に繋げていくことが算数・数学教育に必要である。特に、覚える算数学から理解する算数学への転換の出発点は、小学校の低学年における数概念の指導にあると言っても過言ではないだろうか。ブロックタイルなどを操作させながら、くり上がりやくり下がりの意味をじっくりと理解させる授業が求められていると考える。

#### 【参考文献】

- 安藤洋美（2005）. 『社会人と大学生のための中学数学精義』. 現代数学社.
- 中央教育審議会（2019）. 2040年に向けた高等教育のグランドデザイン（答申）.  
[www.mext.go.jp/b\\_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/1411360.htm](http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/1411360.htm). 最終閲覧日 2019年10月24日.
- 江口潜（2010）. 初年次教育科目「生活数学」における公文式学習の導入（新潟産業大学の現場からの報告）. リメディアル教育研究, 5(2), 50-56.
- 畑村洋太郎（2005）. 『畑村式「わかる」技術』. 講談社.
- 石原清貴（2018）. 『算数少女ミカ 割合なんて、こわくない!』. 日本評論社.
- 窪田八洲洋（2006）. 教科教育の接続に関する実践的研究(1): 算数・数学を中心とした小中高大接続について. 関西国際大学研究紀要, 7, 61-74.
- 窪田八洲洋（2007）. 教科教育の接続に関する実践的研究(2): 算数・数学を中心とした小中高大接続について（〈特集〉スポーツマネジメント）. 関西国際大学研究紀要, 8, 55-68.
- 栗原卯田子他（1994）. 疑問・不思議に答える指導例集の作成. 日本数学教育学会誌, 76(3), 83-90.
- 黒木哲徳（2018）. 入門算数学 [第3版]. 日本評論社.
- 椋本洋（2016）. 高大接続によるリメディアル教育の数学. リメディアル教育研究, 11(1), 46-49.
- 中西正治, 杉井誠（2018）. 割合の教授法に関する一考察: 『算数書案 割合』の実証的考察

- を通して. 三重大学教育学部研究紀要, 69, 195-220.
- 御園真史 (2015). これからのリメディアル教育とその研究のあり方 (数学の例を中心に).  
リメディアル教育研究, 10(1), 60-61.
- 佐藤真久 (2019). 学力の3要素をみすえた数学教育: 高大接続としての数学教育の新提案.  
リメディアル教育研究, 13, 51-59.
- 高安美智子 (2014). 「数学史」を取り入れた数学教育の試み. 日本科学教育学会年会論文集,  
38, 327-328.
- 芳沢光雄 (2019). 『「%」が分からない大学生: 日本の数学教育の致命的欠陥』. 光文社新書.
- 芳沢光雄 (2012). 『就活の算数』. セブン&アイ出版.

スライド1



## 数学における 課題学習と課題研究

—自ら学び、考える力を養う数学教育—

立命館高校 早苗雅史

スライド2

## 概要

新しい共通テストの実施が2年後に迫り、また、その後は新学習指導要領のもとでの教育が控えている。

これまでの画一的で受動的な数学教育から、自ら考え、学んでいく姿勢が求められている。

現行の「数学活用」はほぼ採用されずに終わったが、この内容が新学習指導要領のもとで各科目に散らばることになった。これまで通りそれを取り扱わないことも予想されるが、共通テストにおいて、日常生活や社会の事象を数理的に取り扱う問題が出題されることにより、無視することのできない状況が生まれてきた。

これまで注目されずにいた「課題学習」「課題研究」に焦点を当て、数学に関する興味・関心を高め、自ら考える力を、いかにして伸ばしていくかについて、実践例を交えながら考えていく。

スライド3

### 新学習指導要領

従前		改訂	
数学Ⅰ	3	数学Ⅰ	3
数学Ⅱ	4	数学Ⅱ	4
数学Ⅲ	5	数学Ⅲ	3
数学A	2	数学A	2
数学B	2	数学B	2
*数学活用	2	数学C	2

スライド4

### 科目の内容（Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ）

数学Ⅰ		数学Ⅱ		数学Ⅲ	
数と式	数と式 ○有限小数 循環小数	いろいろな式	いろいろな式	平面上の曲線と複素数平面	→数学C
図形と計量	図形と計量	図形と方程式	図形と方程式	極限	極限
二次関数	二次関数	指数関数・対数関数	指数関数・対数関数	微分法	微分法
データの分析 ×四分位数	データの分析 ○仮説検定	三角関数	三角関数	積分法	積分法
課題学習	課題学習	課題学習	課題学習	課題学習	課題学習

スライド5

### 科目の内容（A、B、C）

数学A		数学B		数学活用	数学C
場合の数と確率	場合の数と確率 ○期待値	数列	数列	数学と人間の活動 社会生活における数理的な考察	→数学A
図形の性質	図形の性質	確率分布と統計的な推測 ○期待値	統計的な推測	・社会生活と数学	→数学B
整数の性質 ×有限小数、循環小数	数学と人間の活動（整数、数学活用から）	ベクトル	→数学C	・数学的な表現の工夫	数学的な表現の工夫 →数学B
			数学と社会生活（数学活用から）	・データの分析	ベクトル 平面上の曲線と複素数平面

スライド6

## 大学入学共通テスト

- 数学的な問題解決の過程を重視する。事象の数量等に着眼して数学的な問題を見いだすこと、構想・見通しを立てること、目的に応じて数・式、図、表、グラフなどを活用し、一定の手順に従って数学的に処理すること、及び解決過程を振り返り、得られた結果を意味付けたり、活用したりすることなどを求める。
- 問題の作成に当たっては、日常の事象や、数学のよさを実感できる題材、教科書等では扱われていない数学の定理等を既知の知識等を活用しながら導くことのできるような題材等を含めて検討する。

（令和3年度大学入学者選抜に係る大学入学共通テスト問題作成方針より）

スライド7

### 共通テストの具体例

試行テスト問題より **画像** **問題**

- 問題文の長文化 → 素早く読み解く力
- 太郎と花子の会話形式 → 自ら考え解決する力
- 表計算、関数・図形ソフト → 問題解決ツール
- 出題形式の工夫 → 択一ではない選択肢も
- 必要な情報を組み合わせて思考・判断させる問題  
→ 思考力、判断力、表現力
- 日常生活にフィードバック → 応用力 **画像**

スライド8

### 課題学習について

数学の内容又はそれらを相互に関連付けた内容を生活と関連付けたり発展させたりするなどした課題を設け、生徒の主体的な学習を促し、数学のよさを認識させ、学習意欲を含めた数学的に考える資質・能力を高めるようにする。

(高等学校学習指導要領解説数学編より)

スライド9

### 課題学習の具体例 (数学 I)

数研出版高等学校数学 I より **画像**

- 黄金比
- 放物線の性質  
**シミュレーション①** **シミュレーション②**
- 絶対値のグラフと不等式
- 三角定規の角による三角問題
- 立体とそれに内接する球
- 偏差値

スライド10

### 課題学習の実践例

- 開平算 – 面積と筆算による簡易計算法
- つりあい係数
- 塩山の教える幾何学 **プレゼン** **動画** **発展**
- ライフゲーム **プレゼン** **動画**
- 多角形の変形で解くベクトル問題
- xとyの関係を求めよう **プレゼン** **動画**
- 多角形をたたむ
- ペンフォードの法則

スライド11

### 課題研究について

- 課題研究とは
- カリキュラム上の位置づけ
- 課題研究が評価される場 – 数学は少ない  
**画像①** **画像②** **画像③**
- 発表の場
- 理科との競合 – 数学を選ぶ生徒が少ない
- いかに関心を持ってもらうか
- 数学のテーマ選びは本当に難しいのか

スライド12

### 課題研究の実践例

- 塩山幾何学を用いたポロノイ図の解析
- ミラーシステムを用いた  
正多面体の作成とその応用 **プレゼン**
- 折り紙を用いた多面体の切断・分割と空間の充填
- ルーローの多角形の一般化と重心の軌跡  
**プレゼン**
- ビゾ数の図形表示に関する一考察
- コーヒーカップの描く軌跡
- 因数と循環節の2分割和についての考察

スライド 13

### 数学の課題研究テーマ選びのヒント第1集

#### はじめに

- ピゾ数の図形表示
- 虚円のイメージ化 [レポート](#)
- 三角関数列のグラフにおける空白域 [レポート](#)
- 三十個の小球と大球の径比の問題
- 素数が無限個あることの証明 [レポート](#)
- 継子立て (算脱...関孝和の考えたこと)
- べき和を求める

スライド 14

### 数学の課題研究テーマ選びのヒント第2集

- 完全数とその疑似概念
- ウラムの螺旋 [レポート](#)
- ベンフォードの法則 [レポート](#)
- アルベロス図形に隠される性質 [レポート](#)
- 方べきの定理による2次方程式の解の作図
- ゼッケンドルフの定理
- 10進距離
- パーゼル問題の様々な証明法

スライド 15

### おわりに

- 日常的な興味・関心を高めるために  
[画像](#) [動画①](#) [動画②](#)
- 大学との連携、民間との連携 [画像](#)
  - ✓ 課題研究における高度な助言
  - ✓ 出前授業、大学講義
  - ✓ 課題学習における共同の教材開発
- 書籍の紹介 [画像](#) [画像](#)

資料 1

2019年12月7日

第17回高大連携教育フォーラム

中学数学から広がる数学の世界  
—授業・課外活動「同中学プロジェクト」から—

同志社中学校  
数学科 園田毅

<はじめに>  
本校は京都市内にある全校880名の私立中学校です。本稿では、上記のテーマで、同志社中学校で実践している授業と、放課後・休日を実施している特別課外活動「同中学プロジェクト」のとりくみをご紹介します。

現在、日本は国際学力調査(TIMSS2015, PISA2015)で、数学が好きではないという生徒が多い国となつてきています。「数学は苦手です」と言う大人も多いです。しかし、それは決してあたりまえでなく、教える側の努力や工夫によって少しずつでも改善していきたいと私は思っています。学校の入口にいる中学生は、なぜ学ぶのかを考える時期でもあります。今回のとりくみは、彼らの未来を少し見せること、先を歩いている人と出会うことで、その疑問に答えたいというとりくみでもあります。

中学校は、日本の教育システムの中で子どもたちが初めてそれぞれの教科担当者から授業を受けるところです。この点で、中学校と中学校教員は子どもたちに学校のおもろさを伝えるという重要な役割を持っています。本稿では、教科書の枠、中学校という枠を超えて、子どもたちが数学を好きになり、学習の興味を持ってよりとくんでいる実践をご紹介します。

<学校紹介>  
同志社中学校は2010年から、近畿圏唯一「教科センター方式」による学校運営を行っています。国語、英語、数学、社会をはじめとするすべての教科で「教科専門教室」での授業を行います。そして、教科専門教室に隣接して、「メディアスペース(教科オープンスペース)」と「教科ステーション(教科教員室)」を設置しています。メディアスペースでは、教材、生徒作品などの展示物を整理し、「Do+MATH 数学博物館」として年に数回、一般向けにも公開しています。教科ステーションはいわゆる大職員室ではないこと、生徒の生活空間に近い位置に置かれていることから、生徒が教員を訪ねやすい雰囲気を作られています。

<授業>  
今、中学数学の授業、カリキュラムを再考するとすれば、その視点を一言で表せば、子どもたちが18才になったときのような数学的知識を身につけてほしいのかということです。そして、多くの子ども、大人が数学の学習を通して自己肯定感を持てるような体系的な学びを作りたいと考えています。(1) 角度の学習から三角比 (tan θ) を1身のためとして学ぶ (配布資料をご参照ください)  
1年生の図形学習はカクシリキを作った身の回りの角度を測ることから始めていきます。今回の授業実践では、カクシリキで実際に測り、①角度について広く学ぶこと、②三角比に触れることを目標としました。

私は今まで、仰角が45度のときに直角二等辺三角形の等辺を利用して、木の高さを測る体験をしてきました。しかし、本来目標物への仰角と水平距離がわかれば、タンジエントを用いることによって、仰角を45度にして見ることができない遠くの山の高さを求めることができます。2018年度は、学校から約4km離れた比叡山の高さを、三角比表を使って求めてみました。

資料 2

私たちの生活の中で使用されている「度」以外の角度表記、「%」(パーミル)、「(三寸) 勾配」などはすべて直角三角形のタテ/ヨコ、すなわちタンジエントです。今まで、私は三角比・三角関数は高校で学ぶものと思い込んでいましたが、よく考えると中学生の日常生活の中にもその元となる現象は多くあるわけです。中学生まではタテとヨコが1:1となる45°という特別な角度だけを扱ってきましたが、タンジエントを「ヨコを1としたときのタテの長さ」と伝えれば中学生も十分理解することが可能だろうと考えます。

さらに、学校の階段について調べたグループのレポートで、建築基準法では角度の上限(小学校32度、中学校35度)とともに、一段の奥行き(踏面)と高さ(蹴上げ)が定められていることを知りました。まさにタンジエントです。そして、この学習を終えた直後(2018年11月)に実施された「大学入学共通テストプレテスト」で、建築基準法の資料が提示され、階段の踏面(ふみづら)と蹴上げ(けあげ)を用いて立式するというタンジエントに関する問題が出ました。生活や社会とつながる学びができると思います。

(2) 「展開」の意味 (配布資料をご参照ください)  
高校数学Aの教科書(啓林館)に、「順列・組み合わせ」の単元で直積を用いて、ある整数の約数の個数とその和を求める問題が載っています。中3の展開・因数分解の応用として、この問題を扱ってみました。

例えば、100のすべての約数の和を求めると、 $100 = 2^2 \times 5^2$ であることを利用して、 $(100の約数の和) = (1+2+2^2)(1+5+5^2)$ で表されますが、このことは多「 $\sigma$ 」式の直積(表)として説明することができます。さらに、3つの約数(例360)では、3つの素数の冪乗表示が表されますが、その際に、立体的積み木パズルのような説明を試みました。

$(360の約数の和) = (1+2+2^2+2^3)(1+3+3^2)(1+5)$   
そうすると、4つ以上の素数の冪乗表示も同じように表せるのではと類推できる子どもも出てきます。高校数学、大学数学の難しさの一つは一般化です。2次や3次で表せるものは可視化して伝え、4次以降はその延長としてスムーズに納得、理解できるのではないかと考えています。

(3) 微分を「瞬間の速さ」を教材に教える (配布資料をご参照ください)  
現在、中学数学では3年生に2次関数(正確には二次乗数関数)を教えています。導入として落下運動を取りあげることがあると思います。中学数学で学習する一次関数、二次関数では、xがaからbの間の「変化の割合(平均変化率)」が、内容理解を深めるための問いとして扱われています。が、落下運動などの実態の現象と結びつけて、これはO(秒)からO(ナノ秒)秒までの「平均の速さ」を表しているということを伝えていきたいと考えます。Δを限りなく小さくしたものが「瞬間の速さ」となりませう。未来の学習を想像して、問いを作っていくことが大切だと思います。

<同中学プロジェクトの概要>  
2006年度から、中学生に数年先の自分をイメージするようにしたい、数学を何のために学ぶのかの環境を見る体験という思いで大学研究室(主に理系)を見学を実施するようになりました。数学と理科、科学を結びつけたいという思いで、同志社大学の他、国際科学技術財団や日本学術振興会のイベント参加を始め、企画を増やしてきました。IPS(2014年)や理研(2015年)にも行きました。企画を作るために依頼、調整、募集実施、引率などの業務が当然増えていきます。続ける最大のポイントは、自分の行きたいところを選ぶことです。ホームページやテレビで紹介された研究を見たい、見せたいと思い、直接研究室と連絡をとって訪問するようにしています。スーパーサイエンスハイスクールの認定校として、スーパーカミオカンデ(岐阜)や内之浦宇宙空間観測所(鹿児島)に行った話を聞いて、私も行きたいと思ってホームページを見たら見学できること(学校単位なら申し込み)がわかり、スーパーカミオカンデの見学を実施することができました。生徒・保護者にも人気があり、これまで4度訪問しています。

第2部  
数  
学

資料 3

これらの企画は希望参加で実施しています。土曜、長期休暇、期末考査後の補習期間(7月、12月、3月に設定、補習と同時に発展学習を教科ごとに学内外で開催している)に企画し、参加者を募集(学内ポスターや生徒へのフライヤー、保護者への企画紹介メール等)します。定員は大学の方との調整でその企画ごとに決まり、原則先着順です。数年前は定員に満たないこともありましたが、最近は即時に定員がうまり、キャンセル待ちも発生するようになり、このような学びへの本人、保護者のニーズを感じています。

さらに、見学報告を引率教員が学内ポスターや礼拝(朝礼)で実施していましたが、最近はできるだけ生徒にしてみらうようにしています。iPadで簡単に写真を撮り、プレゼン作成もできるため、意欲的にとりくむ生徒が増えていきます。

<感じていること — 従来の学校観を変える —>  
(1) 学ぶことは新しく知ること、楽しいこと  
これらのとりくみは日本の従来の学校観を変えるものだという意識を持っています。教員は自分が好きで得意なことを仕事にしているにも関わらず、「歯を食いしばってがんばれ」、「これは難しいぞ」と言った言葉で、学習を「修行」として位置付けている側面を垣間見ることがあります。これは高度成長期、学歴偏重社会の名残だったりで、さらにかさねていくなかで単業主義教育の狭さ、「体育会」や「科学」文化とつながるようには私を感じます。戦後、欧米に遅れて工業化を進めていけなかった東アジア地域で多くみられる傾向です。実際、20世紀は学校での学習が学歴につながり、就職につながり、そういう意味では自分のためであったわけです。しかし、このとりくみを通じて、学習の本質は知的好奇心にあり、それを育むのが学校、関心・意欲を引き出すのが教員の役割だということをおぼろげに実感することができました。

このとりくみはまた、訪問先の研究について、何を探究しているのか教員自身が事前最低限の内容を調べおく必要があります。自身が新しい分野にとりくむことによって、新しいことを学ぶ楽しさとともに、「わかるまではわからない」という単純な事実にあらためて気づきます。そうすると、日々の授業の中で、内容がわからないと言ってくる生徒に対しても気持ちや対応が変わってきます。教員としての成長もあるとりくみだと感じています。できるだけ、新しい内容(分野)の研究室を選んでいくことを自分に課しています。

(2) 疑問を持つことの大切さ — 学校が大人の「コピー」を作る時代ではない —  
高大連携について、あらためて学ぶ内容の精選が必要ではないかという意見を述べさせていただきます。ここでは2例、紹介します。展開・因数分解  $a^2+b^2+c^2-3abc$  と、2次曲線の楕円の面積の公式、 $\frac{\pi b^2 - a^2}{4}$  です。これらはほんとうに18年までに学ぶべき内容でしょうか。知り合いの元進歩コースの高校教員と  $\frac{\pi b^2 - a^2}{4}$  の話を聞いて、私がこの公式を教えるより機械的の原理、基本をしっかり教えるほうがよいと思うと言った。「大学入試で有利にからやっていたほうがない」と善意でそう言われました。現状では、残念ながら教員側も同様にこれを学ぶのかという問いに正面から考え、答えることをやめてしまわなければならないのです。しかし、これからは早く解けることが必要ではなく、自ら問いを見つけ、答えを求めて試行錯誤する必要があると思います。

今回の報告で伝えたいことは、学びの意味を問う中学生へ私たち大人が自分なりの答えを見せる時代が来ていると思えます。大学で研究する自らは、自ら疑問を持ち、意欲を持って学ぶ姿を中学生に見せてください。新しいことを知るために、発見するために数学を学び、使ってもらえます。今後とも続けていきたいと思えますし、このようなとりくみが多くの学校で広がればよいと思っています。

<問い合わせ>  
同志社中学校数学科 園田毅 E-mail: t-sonoda@js.doshisha.ac.jp  
URL: <http://www.js.doshisha.ac.jp/jhs/manabi/index.asp?lang=ja>

資料 4

カクシリキで比叡山の高さを求めよう!

園田 毅

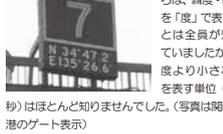
本稿は、月刊「数学教室」2019年7月号)特集「具体的にイメージできる授業を」に寄稿したものです。(字数調整のため、文言を若干修正してあります。)

<はじめに>  
私は、1年生の図形学習はカクシリキを作った身の回りの角度を測ることから始めています。今回の授業実践では、カクシリキで実際に測り、①角度について広く学ぶこと、②三角比に触れることを目標としました。本稿では、カクシリキから始めた角度の学習をご紹介します。

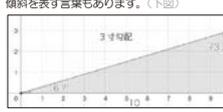
(写真左下は道路標識、写真右下は鉄道標識)



また、子どもたちは、緯度・経度「度」で表すことが全員が知っていましたが、1度より小さな量を表す単位(分、秒)はほとんど知りませんでした。(写真は関西空港のゲート表示)



さらに和風建築では「三寸勾配」という屋根の傾斜を表す言葉もあります。(下図)



<角度の学習上の問題意識>  
(1) 角度は私たちに身近なものであると同時に人の感覚とずれやすいものです。スキーゲレンデの傾斜が典型的です。ゲレンデは実際の角度よりかなりぬるかに感じられます。私たちは目の坂を地表から100センチメートル離れた目から見ているので説明がつきますが、ゲレンデに降りると、感覚と実際がずれます。

(2) また、角度は私たちの生活の中でのいろいろな表記で使われています。「度」「%」以外に坂の傾斜を表す道路標識には「%」、鉄道標識には「% (パーミル)」が用いられています。

(3) 今まで、仰角が45度のとき、直角二等辺三角形の等辺を利用して、木の高さを測る体験をしてきました。しかし、考えてみると、目標物への仰角と水平距離がわかれば、タンジエントを用いることによって、仰角を45度にして見ることができない遠くの山の高さを求めることができます。今回は、学校から約4km離れた比叡山(次ページの図)の高さを、三角比表を使って求めてみました。

資料 5



(4) 先に述べた「%」、「‰(パーミル)」、「三寸タシ」はすべて直角三角形のタテ/ヨコ、すなわちタンジェントです。今まで、私は三角比・三角関数は高校で学ぶものと思い込んでいましたが、よく考えると中学生の日常生活の中にもその元となる事象は多くあるわけです。中学生まではタテとヨコが1:1となる45°という特別な角度だけを扱ってききましたが、タンジェントを「ヨコを1としたときのタテの長さ」と伝えれば中学生も十分理解することが可能だろうと考えます。

(5) さらに、学校の階段について調べたグループのレポートで、建築基準法では角度の上限(小学校32度、中学校35度)とともに、一段の奥行き(踏面)と高さ(蹴上げ)が定められていることを知りました。まさにタンジェントです。そして、この学習を終えた直後(2018年11月)に実施された「大学入学共通テストプレテスト」で、建築基準法の資料が提示され、階段の踏面(ふみづら)と蹴上げ(けあげ)を用いて立式するというタンジェントに関する問題が出ました。生活や社会とつながる学びができると思います。

以下、授業の流れを具体的に紹介していきます。

〈実際の授業進行〉

(1) カクシリキを作る  
立久美子氏が考案した角度を測る器具です。web(<http://www.math-kanagawa.jp/>)から型紙、作り方を入手できます。また、「数学コンクール11 一休さんの寺小屋数学」(国土社)

や「算数・数学おもちゃ箱 作って・さわって・遊ぶ」(国土社)、高校教科書「数学基礎」(実教出版)にも掲載されています。カクシリキのおもりに5円玉がちょうどよい重さなのですが、生徒人数を増えられなかったため、二重リング17φを購入、準備して代用しました。(次年度に向けて、「5円玉貯金」を始めました。)

(2) カクシリキで測る  
別紙授業プリントをご参照ください。カクシリキの使い方、木の高さの測り方を伝えてから教室の外へ出て、屋内階段(30度)、屋外階段(35度)、車いす用スロープ、食堂の屋根の勾配(本校は京都市の農林風致地区にあり、屋根の傾斜や材質、色が条例で定められています)を測ります。これらを測った後に、全員でカクシリキとメジャーを使って木の高さを計測しました。最後に、学校から見た比叡山の頂上の仰角を測り、10-15度であることを確認しておきます。



(3) テーマを選んで測る  
グループ別1枚レポート(生徒はiPadを使い、ロイノートというアプリで作成、提出)で調べ

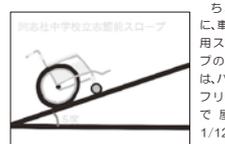
資料 6

学習を行います。テーマは以下の8つです。①「%」と「‰(パーミル)」、②飛行機の離陸時の上昇角度と通常飛行時の飛行角度、③角度、傾度・傾度の単位、④木や山の高さを求める方法、⑤階段の高さ、⑥北極星の高さ、⑦車いす用スロープ、⑧屋根の勾配、です。

生徒が調べてきたレポートの中に、公共施設の階段について建築基準法で定められている内容を紹介したものがありません。(下図は、国土交通

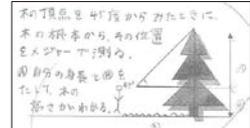


省作成資料より抜粋) 私は、日本小中学校はおよそ25度、中学校や高校の屋内階段は多くの学校で30度で設計されていることを知っていてこのテーマを設定したのですが、建築基準法では角度に加えて、奥行き(踏面)と高さ(蹴上げ)が決まられていることを初めて知りました。

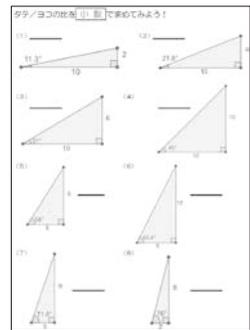


ちなみに、車いす用スロープの傾斜は、バリアフリー法で屋内1/12(約5度)、屋外1/15と分数で定められています。やはりタンジェントでした。(上図は生徒作成レポート)

(4) 比叡山を測る  
私たちは傾角が45度の場合、直角二等辺三角形の性質を使って木の高さを求めた(下図は生徒作成レポート)けれど、実は直角三角形のタテとヨコの比は角度で決まっていることを、相似な直角三角形を見せながら説明します。(tanθ)という用語、表記は説明していません。)例えば、小



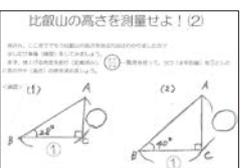
学生でも知っているかもしれない3:4:5の直角三角形で小さいほうの角(約36度)を仰角とした場合、この値は0.75です。これを「ヨコ(高辺)を1としたときのタテ(高さ)の値、[タテ/ヨコ比]と名付けて導入し、慣れるために少し練習します。(下図は演習プリント) 便利さを知ること、tanθはさまざまな値を取ることを知ることを目的として、図のような問題としました。まず、角度、タテ、ヨコが示された直角三角形の[タテ/ヨコ比]を求めます。(11度→0.2、22度→0.4、31度→0.6、45度→1、58度→1.6、63度→2、72度→3、76度→4)



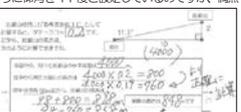
次に、この問いは自分で「タテ/ヨコ比」を求めたもらったが、実はすでに一覧表ができていますの

資料 7

で、仰角を測ればそれを見て「タテ/ヨコ比」を求められることを話し、正接一覧表(「タテ/ヨコ比」一覧表と名付けました)を示しました。この便利さを感じ、使うことに慣れるため、少し演習を行います(28度→0.53、30度→0.58、35度→0.70、40度→0.84、55度→1.42、ちなみに、89度→57!です。)、いよいよ比叡山の高さを求めていきます。(下図は演習プリントの一部を抜粋したものです)



(5) 比叡山を測る  
比叡山の仰角を11度とし(実際の標高に値が最も近くなるので私が指定しました)、比叡山の高さを計算していきます。インターネット地図から学校と比叡山との水平距離が約4000メートルであることを調べます。11度の「タテ/ヨコ比」(tan11°)を0.2とし、学校から見た比叡山の高さは、4000×0.2=800とわかります。学校の標高は98メートル(これもインターネットで調べています)なので、比叡山の標高は898メートルと計算できました。ほんとうの比叡山の標高は848メートルです。tan11°=0.1943...なので、「タテ/ヨコ比」を0.19として計算すると、4000×0.19=760、760+98=858メートルとなります。(正確な値848に近づくように仰角を11度と設定しているのですが、偶然



ながらきれいな数字が出ます。)

(6) 定期考査では、以下の設問で角度の学習で学んだことを思い出しました。

「角度」の学習で知ったことや学んだこと、考えたことや感想を、下記のテーマから2つ選び簡単に記してください。

- 学校の階段の傾斜・北極星の高さ・屋根の勾配
- 角度の表示方法(1度未満の表示、%、‰)
- 山(比叡山)の高さ・飛行機の離陸角度や飛行角度・その他

また、授業の感想、要望を以下に紹介します。

- 2学期の授業は外に出て実際に体験するものが多くてよかったです。また、外に出て授業したいなと思いました。
- カクシリキを使うなど、「実際に挑戦してみる」というスタイルの授業は、より理解が深まり、日常生活にも生かせると思った。授業プリントも図やストーリーがあって楽しく、分かりやすい授業だった。
- 階段や山の角度や高さを測りに行った、自分たちでやってみることは楽しいので覚えやすいし、良いことだと思います。自分たちでする授業を続けてほしいと思いました。
- これからも、数学を利用して日常を楽しくすごしたいと思います。
- 物を実際ににつくったり、体験する授業が多かったので楽しかったです。
- 1本の糸で円形が割けたり、木の高さの測り方、学校の階段の角度など、初めて知ることがたくさんあり、とても楽しかったです。

〈終わりに〉  
子どもたちとともに私も角度について広く深く学ぶことができました。また、タンジェントは中学生に概念を理解できるよう伝えられると思いました。これらの学びはパーバーストに出題するのが難しい中身でしたが、文章、レポートとしてはまとめることができるでしょう。教科書、学習指導要領の枠を超えて豊かに学べたと感じています。

(同志社中学校)

資料 8

岡中学プロジェクト

見てきたよ!

スーパーカミオカンデ & カムランド見学ツアー

2019年8月26日、中学生49名の皆さんとニュートリノの観測・研究施設、東京大学スーパーカミオカンデと東北大学カムランドを見学してきました。どちらも、岐阜県にある神岡山、地下1000メートルの坑内にタンクを作り、ニュートリノをはじめ宇宙から飛んでくる粒子(宇宙線)をつかまえる(観測する)施設です。私たちは2グループに分かれて、順に見学しました。ニュートリノは、「素粒子(そりゅうし)」- 自然界で物質を構成する最小単位 - の1つです。ニュートリノの存在は理論的には予想されていたのですが、近年までなかなか観測できませんでした。

〈東北大学 カムランド〉



資料 9

東北大学カムランドは、1987年に小柴昌俊さん（東京大学 当時）が世界で初めて超新星ニュートリノを観測したカミオカンデを観測施設として使っています。カムランドのタンクの中には「シンチレータ」と呼ばれる液体が入っており、日本国内の原子力発電所から発生しているエネルギーの弱いニュートリノ等「反ニュートリノ」と呼ぶ物質を調査しています。カムランドはスーパーカミオカンデよりエネルギーの弱いニュートリノを観測できる一方、どの方向からニュートリノが来たかはわかりません。スーパーカミオカンデとつまく役割分担をしています。カムランドでは超新星爆発の直前の微量なニュートリノの増加を検出できるので、超新星爆発が起きる予想ができます。近い将来、オリオン座のペテルギウス（星座の左上）が超新星爆発を起こすことが予想されていますが、カムランドはベテルギウスのような地球に近い星の超新星爆発の予兆を予測することが期待されています。

また、カムランドは、2015年にニュートリノに関して2度目のノーベル賞を受賞するまでとなった「ニュートリノ振動」を世界で初めて観測した施設の一つです。ニュートリノ振動というものは、3種類あるニュートリノが空間を移動しているとき、他のニュートリノに変化するという現象です。



（私たちはカムランドのタンクの上に乗っています）

続いて、東京大学スーパーカミオカンデを見学しました。最初に、東京大学の中島さんからスーパーカミオカンデの構造とニュートリノ振動について詳しくお話を聞きました。ニュートリノ振動

資料 10

の発見は、地球の大気中で作られるニュートリノの量は地球の表側と裏側で同じはずなのに、裏側から長い距離を飛んでくるほうが少ないという観測結果から予想されました。ニュートリノからタウニュートリノへの変化（ニュートリノ振動）が地球の裏側から長い距離を飛んでくるほうのニュートリノで起きるのはニュートリノに質量があるからだと考えられます。

＜東京大学 スーパーカミオカンデ＞



（スーパーカミオカンデのタンクへの通路で東京大学の中島さんからお話を聞いています）

東京大学は、超新星背景ニュートリノを見つけるために昨年スーパーカミオカンデの改修工事を進めました。ニュートリノの観測には純度の高い水、超純水が必要です。ニュートリノが水中の電子と反応して発生したチェレンコフ光という光を観測しているからです。これまでスーパーカミオカンデのタンクには超純水が貯められていて、透明度は100メートルくらいです。しかし、超新星背景ニュートリノは他のニュートリノに比べると手のひらを1秒間に数百個通るくらいと少なく、超純水では感度が不十分なので、性能をグレードアップするための工事を行っていました。この工事では、タンク内部の修理とともに硫酸ガドリニウムという物質を超純水に混ぜます。来年、硫酸ガドリニウムを溶かす予定です。

資料 11



今回の見学では、東京大学、東北大学の皆さんのご厚意で本校では初めての両方の施設を見学することができました。中学生の皆さんには研究内容の理解は難しかったと思いますが、研究者の皆さんと直接触れ合った経験をこれからの学びに活かしてもらえたらいいです。

東京大学の皆さん、東北大学の皆さん、ほんとうにありがとうございました！  
（文責 園田鏡）

左：光電子増倍管という装置です。ニュートリノが水に衝突したときに出る「チェレンコフ光」を検出します。スーパーカミオカンデのタンク内に11000個設置されています。

下：民家の一室で、スーパーカミオカンデ、ニュートリノについて、東京大学の池田さんから説明を聞きました。



資料 12

＜参加者の感想（抜粋）＞

- ・スーパーカミオカンデの中は、宇宙で超新星爆発を起こし、散ったニュートリノが来た方向や時間分かるための金色の電球のような形のものがたくさん集まっていた。また、カムランドも見ることができました。また、東京大学の教授のお話を聞きすることができてうれしかったです。カミオカンデは純水を使っているけれど、カムランドは光る油を使っています。実際に油が光っているのを見たときは驚きました。今回のプログラムで、宇宙について理解が深まったのでよかったです。
- ・私は、スーパーカミオカンデでは純粋な水を使っているけどカムランドではきれいな油を使っているスーパーカミオカンデでは光の方向や光の強さが分かるけれどカムランドでは光の来る方向や光の強さは分からないかわりにスーパーカミオカンデよりも光を察知しやすくなっているということが純粋な水と油の性質を上手く使い分けているなと思って感動しました。カムランドは地下にある意味は外からの人工的な影響を受けないためという意味が全てがしっかり考えてあったのだと思います。
- ・1日の中で、1番驚いたのは、光電子増倍管の数です。1万本以上もあるなんて想像もつきません。また、スーパーカミオカンデは「純水」を使用してニュートリノを捕まえていたけれど、東北大学は「光る油」を使っていました。捕まえるのは、同じニュートリノなのに方法はいくつかあるのだなと思いました。この学びプロジェクトに参加するまで、宇宙についてあまり興味がなかったけど、スーパーカミオカンデについて、また東北大学（KamLAND）について分かり、超新星爆発のことなどについてもっと詳しく知りたくなりました。私にとって、とても良い経験になったと思います。
- ・今回、この学びプロジェクトに参加して、ノーベル賞を受賞したとても素晴らしいところに実際に行くことが出来てとてもうれしかったです。またカミオカンデについて詳しく学ぶことが出来て良かったです。そして、いかにニュートリノを観測することが難しいかを身にしみて感じることが出来ました。あんなにたくさんの光電子増倍管を設置していても、1日に観測できる数はとても少なく驚きました。また、カミオカンデで働く人たちは、どうしたらたくさんのニュートリノを観測できるかを研究していて、どこを変えたらより良いカミオカンデを作れるのかをとても考えていました。私はそこからニュートリノを作っている人・そして作ってきた人たちの努力を知ることが出来ました。だから、今後作られるハイパーニュートリノが新たな事実・結果を発見できることを楽しみにしています。
- ・ニュートリノやスーパーカミオカンデの意味がよくわかった。
- ・今まで、宇宙のことや原子や分子を学んでいて、なんの役に立つのか？と思っていたのですが、今回参加して、今すぐお金を儲けたり、生活の役に立たないことでも「私達が住む世界の謎」を私達が知る、という事に役立つと知り、またその「私たちの住む世界の謎」の解明のために必死



スライド1

第17回高大連携教育フォーラム

**中学数学から広げる数学の世界  
授業・課外活動から**

Dec. 7th 2019  
同志社中学校  
数学科 園田毅

スライド2

**学校紹介**

- ・1875年 京都市内、旧薩摩藩邸跡に同志社英学校設立
- ・1947年 新制同志社中学校（同志社大学内にキャンパス）
- ・2010年 京都市北部へ学校の移転  
このときから「教科センター方式」を採用

スライド3

**教科センター方式  
数学専門教室で授業します！**



スライド4

**私の願い**

数学をもっと好きになってほしい！

14

スライド5

**めざしたい数学の学び**

**役に立つ数学**  
見える数学、わかる数学  
幅広く数学を学ぶ

15

スライド6

**御岳登山  
鉄道**

線路の傾斜は  
何度くらい？



スライド7

今日はカクシリキを作ります。



スライド8

470 ‰ (パーミル)



スライド9

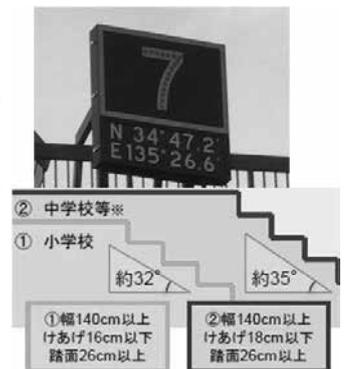
通常飛行は水平？

離陸時は何度？



スライド10

同志社中学校立志館前スロープ



スライド11

比叡山の高さを測ろう！

45度じゃなくてもわかってしまう!!-の巻



スライド12

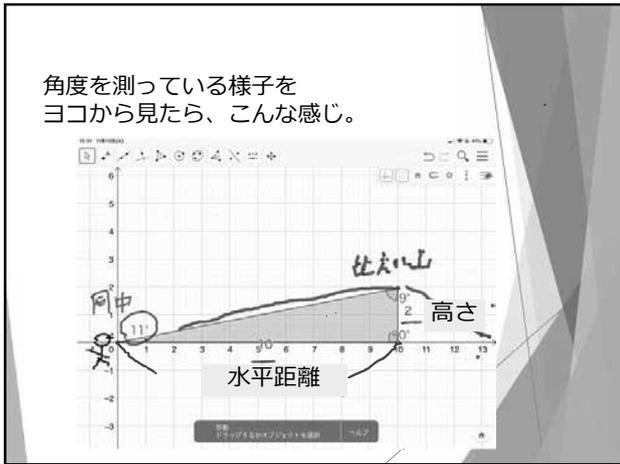
比叡山が見える  
「角度」と「水平距離」  
で高さを求めます！

今までは45度のときしか、  
高さがわかりませんでした、  
実は、どんな角度で見えても  
高さがわかってしまうのです。

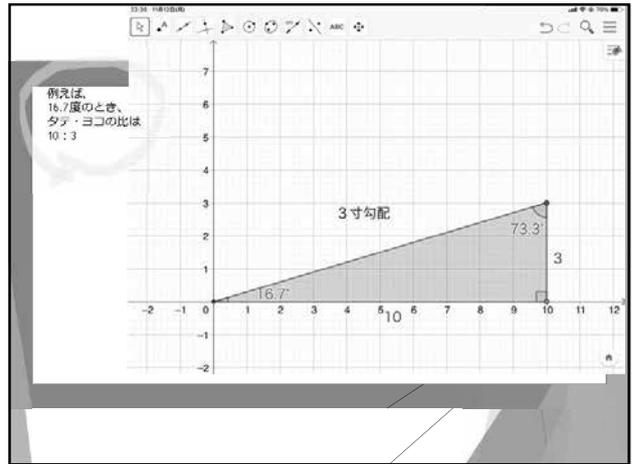
必要なのは、  
カクシリキと地図のみ！



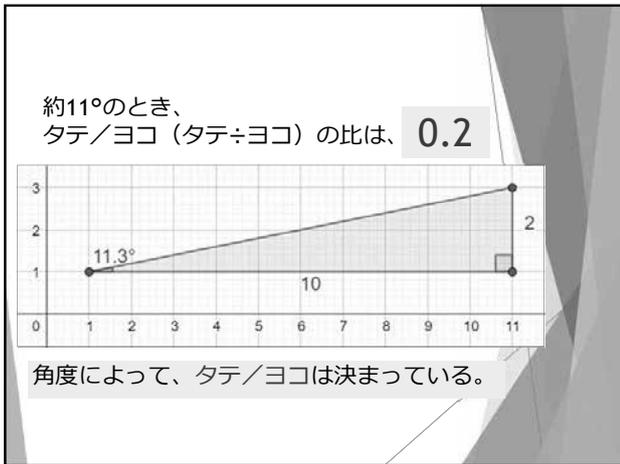
スライド 13



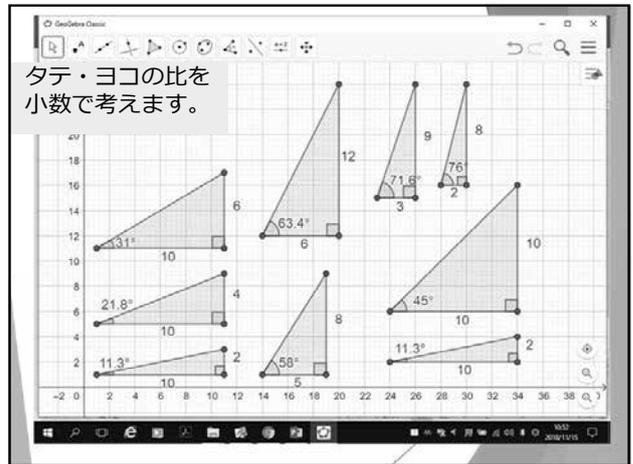
スライド 14



スライド 15



スライド 16



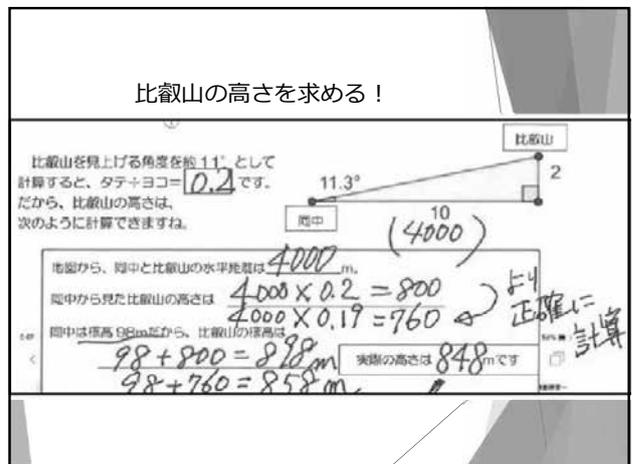
スライド 17

タテ  
ヨコ

一覧表 (正接表)

測定仰角	tan	測定仰角	tan	測定仰角	tan
1	0.017455065	31	0.6009	61	1.804
2	0.034920769	32	0.6249	62	1.8807
3	0.052407779	33	0.6494	63	1.9626
4	0.069926812	34	0.6745	64	2.0503
5	0.087488664	35	0.7002	65	2.1445
6	0.105104235	36	0.7265	66	2.246
7	0.122784561	37	0.7536	67	2.3559
8	0.140540835	38	0.7813	68	2.4751
9	0.15838444	39	0.8098	69	2.6051
10	0.176326981	40	0.8391	70	2.7475
11	0.194380309	41	0.8693	71	2.9042
12	0.21256562	42	0.9004	72	3.0777
13	0.230898191	43	0.9325	73	3.2709
14	0.249392003	44	0.9657	74	3.4874
15	0.267949192	45	1	75	3.7321
16	0.286745386	46	1.0355	76	4.0108
17	0.305730681	47	1.0724	77	4.3315
18	0.324919896	48	1.1106	78	4.7046
19	0.344327613	49	1.1504	79	5.1446
20	0.363970234	50	1.1918	80	5.6713
21	0.383864035	51	1.2449	81	6.3138
22	0.404026226	52	1.2799	82	7.1154
23	0.424474816	53	1.327	83	8.1443
24	0.445228855	54	1.3764	84	9.5144

スライド 18



スライド 19

めざしたい数学の学び

役に立つ数学

見える数学、わかる数学

幅広く数学を学ぶ

34

スライド 20

June 4th 2019

今日のメニュー

100の約数の個数と和を求めよう！

スライド 21

1 = 1	100の約数
2 = 2	9個
4 = 2×2	
5 = 5	
10 = 2 × 5	
20 = 2×2	
25 = 5×5	
50 = 2×5×5	
100 = 2×2×5×5	

スライド 22

(1) 100の約数の個数は？ 9個

$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 5^2$$

2 と 5 の使い方で分類すると -

約数に2が0個入る、1個入る、2個入る  
→ 3通り

約数に5が0個入る、1個入る、2個入る  
→ 3通り

スライド 23

(1) 100の約数の個数は？ 9個

$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 5^2$$

		$5^0$	$5^1$	$5^2$	
		1	5	25	
$2^0$	1	1	5	25	
$2^1$	2	2	10	50	
$2^2$	4	4	20	100	$2^0 = 1$ $5^0 = 1$

スライド 24

(2) すべての約数の合計は？

		1	5	25	
1	1	5	25	= 31	
2	2	10	50	= 62	
4	4	20	100	= 124	
				合計は217	

スライド 25

$(1 + 2 + 4) \times (1 + 5 + 25)$   
 $= 7 \times 31$   
 $= 217$

	1	5	25	
1	1	5	25	約数の 合計は 217
2	2	10	50	
4	4	20	100	

スライド 26

June 4th 2019

今日のメニュー-2

360の約数の個数と和を求めよう！

スライド 27

スライド 28

スライド 29

**バーゼル問題**  
平方数の逆数の和は？ (1735年 オイラー)

求める平方数の逆数和を記号で書くと、

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right)$$

となる。これは、ゼータ関数

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s}$$

の  $s=2$  における値  $\zeta(2)$  でもある。その値は  $\pi^2/6 (= 1.644934\dots)$  である ( $\pi$  は円周率)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \prod_{p: \text{prime}} \frac{1}{1-p^{-2}} = \frac{1}{1-(\frac{1}{2})^2} \cdot \frac{1}{1-(\frac{1}{3})^2} \cdot \frac{1}{1-(\frac{1}{5})^2} \dots$$

となる。

スライド 30

めざしたい数学の学び

役に立つ数学  
見える数学、わかる数学  
幅広く数学を学ぶ

スライド 31

京都大学医学部法医学研究室

12/21(金)  
14-16時



研究室も見られます！

スライド 32

スーパーカミオカンデへ行こう！

8月26日  
実施！



東京大学宇宙線研究所  
ノーベル賞が生まれた現場を見にいきます

スライド 33

島津製作所



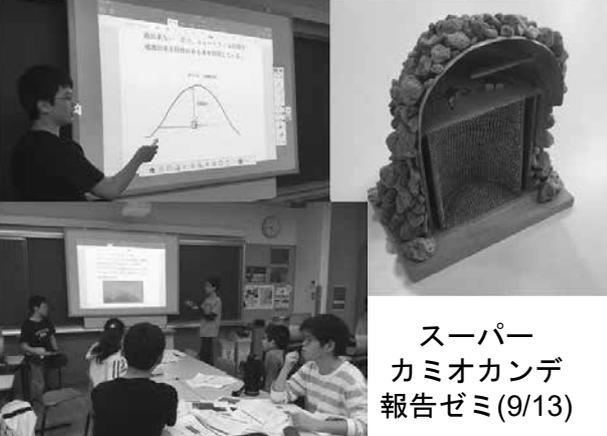
2018  
8/1

スライド 34



Asia  
**STEAM** Camp  
JAPAN  
©Doshisha Junior High School  
2018 7/28~7/29

スライド 35



スーパー  
カミオカンデ  
報告ゼミ(9/13)

スライド 36

ご清聴ありがとうございました。

同志社中学校  
数学科 園田 毅

