

数学的活動のさらなる可能性

京都府立南陽高等学校 松田 和真

1 はじめに

平成21年に告示された高等学校学習指導要領において、「数学的活動を通して」という文言が数学科の目標の文頭に加えられた。従来と比較してさらに数学的活動を重要視した教材開発や授業展開が求められていることが分かる。多くの出版社による数学I、数学Aの教科書で「課題学習」が新設され、いくつかの問題解決型の課題が提示されている事実もこの数学的活動が注目されている結果であろう。しかし、課題学習をどのような形で授業に取り入れるのか、どのような授業展開を行うのかといった具体的な部分は教員の裁量に任されており、各教員の展開力や創造力が必要である。なお、高等学校学習指導要領では数学的活動の配慮事項として以下の3つが挙げられている。

- ・自ら課題を見だし、解決するための構想を立て、考察・処理し、その過程を振り返って得られた結果の意義を考えたり、それを発展させたりすること。
- ・学習した内容を生活と関連付け、具体的な事象の考察に活用すること。
- ・自らの考えを数学的に表現し根拠を明らかにして説明したり、議論したりすること。

筆者が勤務する京都府立南陽高等学校はサイエンスリサーチ科と呼ばれる理数科の専門学科を設置している。サイエンスリサーチ科の特徴的な取組として、「南陽サイエンスプログラム」を実施している。これは大学や研究機関と連携し、第一線の研究者による講義を受け、生徒が最先端の研究に触れることにより、科学への興味関心を持ち、学習・研究に意欲的に取り組むことを期待するものである。これらの取組を通して生徒達に知的好奇心を育み、将来はこんな分野に進みたい、こんな研究がしたい、という進路実現への強い意欲が生まれることを期待している。ここでは「南陽サイエンスプログラム」で3年間にわたり大学教員と高等学校教員が連携して取り組んできた数学の教材の紹介と、この経験を活かして筆者が通常の授業時間を用いて行った問題解決学習の実践報告を行いたい。さらに数学的活動のさらなる可能性について問題提起したい。

2 教材の紹介と実践報告

本教材は「南陽サイエンスプログラム」の講演で使用した高等学校第1学年向きの教材である。この講演で取り扱われた教材は高大連携を意識して開発されており、講演を聴講した教員が2時間の授業時間を単元末に確保すれば通常の授業でも実践可能である。そこで、大学との連携により3年間で4回にわたって筆者自身が実践を行った。

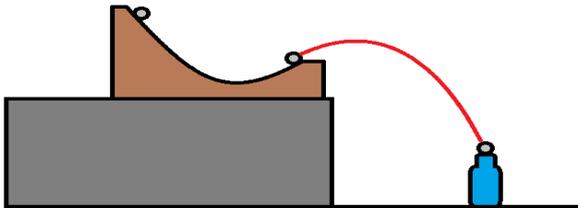
2-1 教材について

授業では以下のように課題を提示した。なお大学との連携により教具の準備や大学生によるアシスタントの協力を得ている。

課題

発射台を使って、ある高さから鉄球を転がし発射します。鉄球は放物線を描き落ちていきます。床に置いたペットボトルに落ちてきた鉄球を一発で入れようと思います。

さて、どのようにペットボトルの位置を決めればよいでしょうか。ただし、本番は机の上からですが、実験は床の上で行って下さい。



使ってよいもの

○数学

○道具一式（発射台と鉄球、ものさし類、カーボン紙、板、ひも、木片、関数電卓）

課題には予測活動が含まれている。最終目標は図のように発射台を机の上に乗せてそこから鉄球を発射し、机の下にあるペットボトルに鉄球を入れることであるが、測定実験の段階では机を使わずに床の上に発射台を置いて測定を行う。この制限のため、トライアンドエラーでペットボトルの位置を決める方法は消去される。実験できない部分について関数によって計算から求めることで、式化された関数が持つ有用性の1つを体験できる。つまり予測活動を取り入れることで生徒たちに数学の有用性を感じさせたいという意図がある。課題が提示された後、生徒はグループ活動により問題解決に向けて構想を立てる。この教材を通じて、生徒は問題解決に向けて自らの考えを数学的に表現し根拠を明らかにして説明したり議論したりする必要に迫られる。既習である2次関数が利用できることに気がついたグループは、実験により鉄球が通過する点の基準点からの距離を測定する。測定実験で得られたデータをもとに2次関数の決定を行い、さらには2次方程式と解くことでペットボトルを置く位置を決定する。既習内容を扱うことから日頃の授業に帰着させるとともに、現実事象の問題を体験し解決することで数学と自然科学とのつながりについても考えさせることができる。

2-2 実践報告

本年度に行った授業実践の簡単な報告を行う。

単元名：数学と自然科学について

日時：平成26年7月15日（火）5、6限目（13：25～15：15）

場所：京都府立南陽高等学校

対象：普通科第1学年1クラス39名、1班3～4人で計10班に分かれて活動

2-3 事後アンケートより

(1) 2次関数の式について

$$(ア) \quad y = ax^2$$

→グラフの頂点を原点にして方程式を考える際に用いる。

$$(イ) \quad y = ax^2 + bx + c$$

→放物線上の測定した3点から方程式を求める場合に用いる。

$$(ウ) \quad y = a(x - p)^2 + q$$

→放物線の頂点から方程式を求める場合に用いる。

(ア) の形で考察・・・1グループ

理由

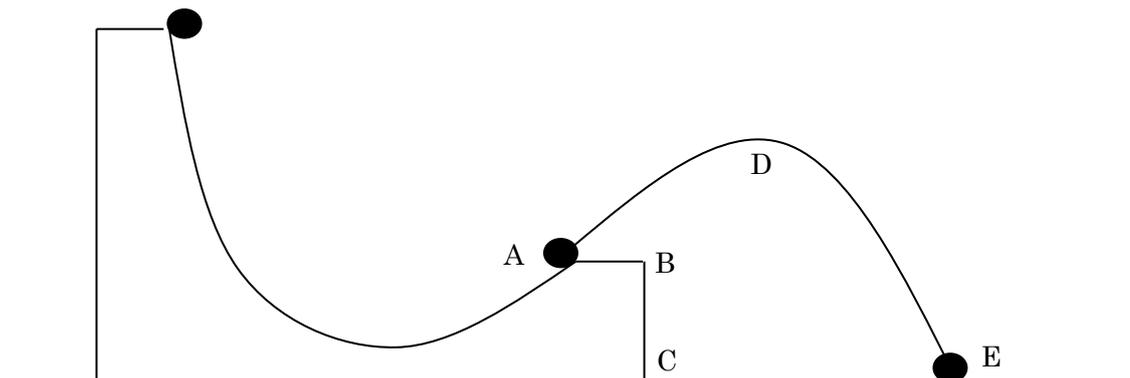
- ・式を考えるのが簡単だから。
- ・計算しやすかったから。

(イ) の形で考察・・・9グループ

理由

- ・他の式では求めにくく、その式だけうまくいきそうだったから（消去法）。
- ・測って出てきた値からその式を使うべきだと思ったから。
- ・頂点とx軸との交点2つを求めるのは難しいと思ったから。
- ・3点を求めて2次関数の式を出すのに必要だから。

(2) 原点の測定について



原点の位置決定

A を原点・・・4 グループ

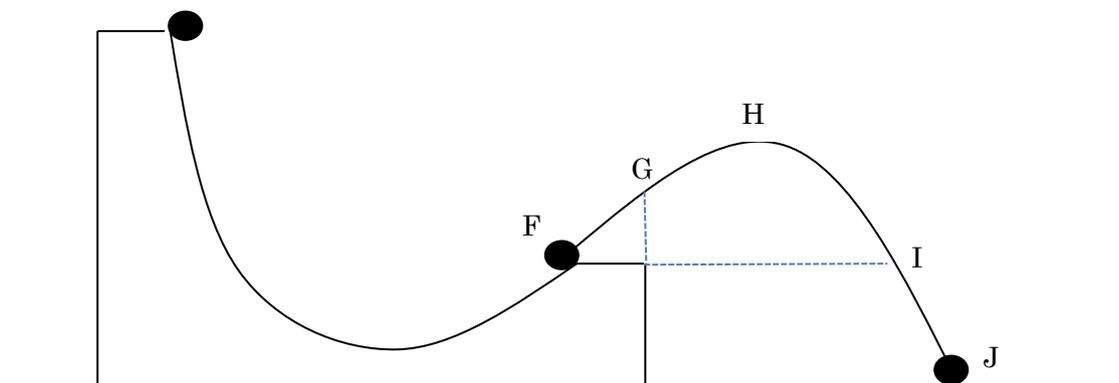
B を原点・・・2 グループ

C を原点・・・2 グループ

D を原点・・・1 グループ

E を原点・・・1 グループ

また測定箇所は主に F から J の 5 箇所である。



(生徒の感想)

・始めは求める必要があるのか、本当に求まるのか疑問だったけど、図を書いてみたり、実践してみたりして答えに近づいていくうちにだんだん楽しくなっていた。今日初めて数学を楽しみと感じました。またやりたいです。

・実験形式の数学は初めてで新鮮だった。いつも計算ばかり使っていたから、この道具はここでどう使う、ということを考えたり、測ったりということが浮かばなかったのが少し悔しい気もする。分業もうまくできていたのか、式は間違えていなかったのか不安だったけど鉄球が入ってよかった。先生ならどのようにして解くのか見てみたい。

・最初はきれいな数字が出てこなくてまさか鉄球が入るとは思ってなくて、入ったときは本当に驚き、仲間達と喜び合いました。数学をこんな風にも使えるんだなと感激しました。また仲間達と意見を出し合って問題を解くのはとても楽しかったです。

・どこを基準として計算していくかで求めやすさが違ったり、平行移動をして $y = ax^2 + bx + c$ の c を $(0, 0)$ で消したり工夫して計算できるのがよかった。基準位置をもう少ししっかり記しておくべきだった。

・今まで数学はノートの中でしか使ったことがなくて、今回のように現実で数学を使ったことがほとんどなかったけど、自分で論理立てて正解を導いていくのはとても面白かった。

・数学を「大学入試」とか「解けて楽しい」みたいな普段とは違う目的でやり、利用でき

たのは自分の中では新鮮だった。

・最初は何をどうしたらいいのかもわからなかったし、なんでこんなことをするんだろうと思っていたけどチームの人と協力して議論していくことでボールをペットボトルに入れることができた。数学を学ぶ理由にも少し納得できた。

・今までとは全然違う形式で授業することは新鮮でとても楽しかったです。4人で協力し合うことで、1人では絶対思いつかないこともわかるのでとても良かったと思います。最初問題を見たときは鉄球をペットボトルに入れる自信は無かったのに、入ってびっくりしました。こんな授業をまたしたいです。いつもの数学の授業をもっと頑張ります。

・まず一番に鉄球がペットボトルに入った瞬間がうれしかったです。でもそれまでの過程でみんなで測ったり、この道具どうやって使うんやろとか話し合っ、合っているかもわからない式を自分達で作っていくことが楽しかったです。数学はただ授業で使うだけだと勝手に思い込んでいたけど、他にも色々なこと使えることがわかり、数学の新たな一面というかおもしろさを学ぶことができて良かったです。

3 考察

ここでは内容を数学的活動に絞り、筆者が実際に現場で実感したことを踏まえて考察をしたい。まず、学習指導要領における数学科の目標を以下の6つのステップに分割して考察してみる。

- ① 「数学的活動を通して」
- ② 「数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解を深め」
- ③ 「事象を数学的に考察し表現する能力を高め」
- ④ 「創造性の基礎を培う」
- ⑤ 「数学のよさを認識し」
- ⑥ 「それらを積極的に活用して数学的根拠に基づいて判断する態度を育てる」

今回報告した教材の実践を3年間行ってきて、アンケートなどによる生徒の反応を見る限り、目標⑤や⑥の達成に向けて一定の効果があると感じられる。もちろんこの点については更なる分析が必要ではあるが、数学的な見方、考え方のよさや実用性や汎用性に気がついた生徒が数多くいた。一方で筆者は目標②や③について今回の実践に限らず、授業を行っている中で多くの課題を残したままである。例えば、近年本校では「教え合い・学び合い」を意識した授業改善が多くの教科で行われている。数学科でも積極的にペアワークやグループ活動を取り入れる傾向があり、筆者も積極的に実践している。ペアで異なる問題を解いて互いに説明し合う活動や、単元によってはグループごとに授業を行うといった活動を取り入れている。これは数学的活動の3番目の例を意識したもので、単に問題を解くだけでなく、他者に説明できるようになるなどの言語活動も重視したものである。小中

学校でよく見られるこの言語活動を高校で発展させていきたいという趣旨である。

この活動を通して筆者が感じたことは、自らの考えを数学的に表現し根拠を明らかにして説明したり議論したりすることができるためには、最低限の基礎・基本が定着していることが条件であり、その上で言語活動が効果的に働くということだ。ペアやグループで活動したり議論したりするには各個人に最低限の数学の学力が必要である。それ無しには数学的活動を通じた目標②から⑥の達成は期待できない。一方で数学科の目標を見直すと、目標②や③は基礎・基本の定着とみなせるので、①から始まるとおり「数学的活動を通して基礎・基本を定着させる」となる。つまり数学的活動は基礎・基本を身に付けるための1つの方法として挙げられているのだが、筆者は上で述べたように基礎・基本がきちんと定着してからでないと、数学的活動の効果が薄いと感ずる場面によく遭遇する。場合によっては基礎・基本を反復練習で行った後に、目標④から⑥に向けて数学的活動に移った方が望ましいのではないかと考えることもある。つまり、数学的活動のために基礎・基本が必要であるという見方もできる。数学科の目標の①から③はステップに分かれているというよりも、互いに補いながら高まっていくスパイラルの関係にあると現在は考えている。今回の実践も含め、目標④から⑥に向けた数学的活動を含む教材は様々な形で構想があるが、目標②や③にあたる基礎・基本の定着のために、どのような数学的活動が、直接的に効果を生むことができるかまだ手探り状態である。