

## 解析学から見た数学的活動と高大連携について

深尾 武史 (京都教育大学 教育学部 数学科)

E-mail: fukao@kyokyo-u.ac.jp

**概要：**本稿では自然科学の諸問題の解決から学びの必要性が生じるという考え方から、自然科学における数学の持つ意味に注目し、関数領域を中心に「捨象」とその力の重要性について述べる。また、数学的活動を意識して開発してきた教材とその実践から高大連携のあり方についても報告したい。

**検索語：**「数学的活動」「数理モデル化」「捨象」

### 1. はじめに

平成 21 年に改訂された高等学校学習指導要領[1]では「数学的活動を通じて」という文言が数学科の目標の文頭におかれた。「数学的活動」とは数学学習にかかわる目的意識をもった主体的な活動のことであり、その実施における配慮事項として、

- ・自ら課題を見だし、解決するための構想を立て、考察・処理し、その過程を振り返って得られた結果の意義を考えたり、それを発展させたりすること。
- ・学習した内容を生活と関連付け、具体的な事象の考察に活用すること。
- ・自らの考え方を数学的に表現し根拠を明らかにして説明したり、議論したりすること。

が挙げられている。数学科の目標は 6 つの部分に分けて説明されており、

- ① 数学的活動を通じて
- ② 数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解を深め
- ③ 事象を数学的に考察し表現する能力を高め
- ④ 創造性の基礎を培う (とともに)
- ⑤ 数学のよさを認識し
- ⑥ それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度を育てる。

とある。目標を要約すれば、まずは①の数学的活動を重視せよという趣旨が見て取れる。そして数学的活動を通じて②、③のいわゆる基礎基本の定着を目指すこと。次にその先にある④、⑤、⑥を実現するために必要な力を付けさせること、と読むことができる。積極的な言語活動など従来から数学的活動の 3 つの例のような手法で教育活動に取り組んできた教員にとっては当たり前のようなことかもしれないが、あらためてこのような活動の重要性が確認されたと考えてよい。そこで、生徒が主体的に目的意識をもって日々の学習に取り組むことができるよう、筆者は大学側としてどのような形で高等学校と連携していきたいと考えているのかを報告したい。

### 2. 応用数学・数理科学と数学教育

数学をより広い数理科学という視点から捉え、自然科学における諸問題の解決から学びの必要性が生じるという考え方をここでは採用する。さらに柳本[2]などに挙げられているような、数理モデル化の視点に立って数学を学ぶことの意義を探ってみる。例えば『数学教育の中で、数理モデルの流れを重視しない限り、現代の科学・工学社会の中で当面している多くの問題の解決に数学が重要な役割を果たしていることを、学生は十分に理解できないだろう。』(波線部は筆者意識) のような Burghes-Borrie[3]の考え方の根底には、数学教育の大きな目的は数

学を理解することだけでなく、数学は自然科学の一部であると考え、自然科学に現れる諸問題を数理的に考察し、その本質を見抜き、問題解決することのできる能力の育成にあるという考え方がある。「数学的活動」の2つ目の例として日常生活や社会で数学を利用する活動が挙げられていることがまさにこれである。これらを踏まえて、筆者は剣持[4]を参考に、高等学校・高等専門学校で教材(岩間・愛木[5]、岩間・愛木・山路[6]、岡田・愛木[7])を実践する他、関数領域を中心に高等学校、高等専門学校における『予測活動を伴う教材』の開発や実践([8-13]など)を行ってきた。

### 3. 「捨象」とその力の育成

渡邊[14, 15]は、『具体例を通じて関数関係を学ぶに際し、必要になるのが「捨象」という行為である。問題解決に際し、当該事象の不要な側面・性質を排除する行為のことである。』『数学的活動から一つの数学的事実を掴む活動の過程には、「捨象」という具体から抽象に至るに付随した重要な行為が潜んでいる。これは「活用」や「論理の組み立て」に際しては不可欠な行為である。』と主張し、数理モデル化において最も興味深い場面を「捨象」という言葉で簡潔に述べられている。これまで筆者が様々な教材を実践した際に、教科内容のつながりを意識するあまり、「捨象」の場面で十分な時間が確保できなかったり、そこでの適切な支援をしたりすることができず、やや天下りな形で進めてしまうこともあった。特に関数領域の学習で現実事象を取り扱う場合に、そこから本質である量を選びその関係を既習の関数から見つけ出すことは比較的容易いと考えることが少なくなかった。その後の関数としての取り扱いにばかり意識が向かっていた。もちろん授業の展開上、「捨象」の場面で生徒・学生につまずきがある場合にはそれなりの支援を行う準備はしているが、その支援が必要な場面が予想以上に多くあった。鈴木

[16]はこの点について『関数教育における生徒の認識上のつまずきは、意外にも、その出発点に見られる。すなわち「現実事象」から「変量を抽出する」ことができないのである。』と明確に述べている。まさに「捨象」する力の育成が求められていると考えられる。ただし、筆者はここでの「捨象」に関して、例えば文章問題において解答に必要な変量を適切に抜き出すといった場面だけでなく、科学における問題解決の場面を想定し、現実事象に現れる様々な変量のうち、選んだ変量が問題解決において本質的な変量に成り得るか否かを、現実事象を振り返ったり、問題解決の流れを計画したりするなかで判断するなど、かなり広い枠組みで捉えるべきだと考える。では、その意味での「捨象」する力の育成にはどのような手法が考えられるのだろうか。現在のところ、筆者は「模倣」からの学びにしか着想を持ち合わせていない。現実事象の問題解決を疑似体験できる教材を用意し、数多くの問題解決学習を通じて天下りの「捨象」から徐々に自ら考えた「捨象」へと進化する。これは職人が師匠から技術を真似て盗み成長することと同じである。

### 4. 日常の数学への振り返り

筆者はこれまで、自然科学から派生した教材で教科内容に自然に、そして深くつながる教材を開発・実践したいと考えてきた。測定や実験などを含む、現実事象を取り扱う数学の教材は生徒・学生にとって教科書に沿った授業とは異なる非日常の数学である。実際、筆者がそのような教材を実践したとき、生徒・学生に評判はいいが単に作業や実験が楽しいという段階で終わっているのではないかとの懸念から、より教科内容へのつながりを重視したいと考えた。生徒・学生にとっての日常の数学、つまり日々の数学の学習へつながる学びがそこにあったのかとの自己反省からである。現状は、これまで開発・実践してきた教材では数学科の目標にある

④から⑥に直接関わる部分についてはある程度の成果がある感触を得ているが、②や③の基礎基本に直結して成果があるかと問われると、数学を学ぶ意義の理解という意味で、学びの動機付けという間接的な成果にとどまっている。しかし、そのような動機付けのできる教材を、高等学校で数学を教える教員が、例えば 1、2 年生のうちに単元末や学年末に 1 つずつ実践を行い、数学を学ぶ意義を定期的に指導することができれば理想であると考えている。そこで重要なのは可能な限り通常の授業を担当する教員が数学の授業の一部で行うことである。教科指導を常に行っている教員から数学のよさを指導してもらうことで、生徒にとっての日常の数学で数学を学ぶことの意義を常に生徒が意識し、ひいては基礎基本の定着に一定の効果を生むと期待している。そこで、高大連携が重要になってくる。

## 5. まとめ

日々の校務の多忙さから全ての教員が時間をかけて教材開発を行うことはなかなか難しい。教員の負担をできる限り軽減できるよう、大学側が主体となって教材の開発を教員と連携しながら行うネットワークを作りたいと考えている。また、そのようなネットワークに教員を志望する学生も参加して活動することを想定している。例えば教具の準備等に参加する形で教材開発に関わったり、アシスタントとしての実践への協力から学校現場の様子を掴んだり経験を積んだりなど、教育的効果も高く大学側にとっても魅力的なネットワークである。最終的にはこのネットワークで教材開発の手法を学んだ学生が高校教員になり、仕組みを理解し教材を協力して開発し、実践を自ら行えるようにしていきたい。

もちろん、基礎基本の先に何が待っているのか、それを自分の言葉で生徒に語ることもできる教員の養成が大学側の使命であることも忘れてはならないと考えている。

## 引用文献

- [1] 「高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編」, 文部科学省, 2009.
- [2] 柳本哲, 「数学的モデリングと数学的活動—社会を切り拓く人間教育に向かって」, 数学教育学会誌, Vol.49, pp.9-16, 2008.
- [3] D. Burghes, M. Borrie, (垣田高夫, 大町比佐栄 訳), 「微分方程式で数学モデルを作ろう」, 日本評論社, 1990.
- [4] 剣持信幸, 「新しい科学感に基づく数学教育の新展開—数学的活動を伴う授業設計—」, <SPP>授業に生かす科学館の数学体験講座, 千葉市科学館・千葉県総合教育センター, 2010.
- [5] 岩間広祥, 愛木豊彦, 「斜方投射について考察する中学生用の授業について」, 岐阜数学教育研究, Vol.9, pp.49-53, 2010.
- [6] 岩間広祥, 愛木豊彦, 山路健祐, 「斜方投射をグラフを用いて考察する教材の開発と実践」, 岐阜数学教育研究, Vol.10, pp.106-112, 2011.
- [7] 岡田真子, 愛木豊彦, 「高校生を対象とした 2 次曲線を題材とする教材の開発と実践」, 岐阜数学教育研究, Vol.7, pp.48-59, 2008.
- [8] 畑弘大, 深尾武史, 林慶治, 「対数関数に関する授業の提案と実践—実験を取り入れた両対数方眼紙を題材とする授業—」, 数学教育学会誌 臨時増刊 2011 年度第 15 回数学教育学会大学院生部会 発表論文集, pp.10-12, 2011.
- [9] 戸田充祥, 林慶治, 田窪啓人, 深尾武史, 「数列の極限に関する授業の提案と実践」, 数学教育学会誌 臨時増刊 2012 年度第 16 回数学教育学会大学院生部会 発表論文集, pp.17-19, 2012.
- [10] 松田和真, 林慶治, 田窪啓人, 深尾武史, 「対数の性質を意識させる教材の開発と実践」, 数学教育学会誌 臨時増刊 2012 年度第 16 回数学教育学会大学院生部会 発表論文集, pp.20-23, 2012.
- [11] 藤井敬雄, 赤川佳穂, 磯部勝紀, 林慶治, 深尾武史, 「斜方投射を題材とした二次関数の決定に関する教材

の開発と実践」, 数学教育学会誌 臨時増刊 2013 年度第  
17 回数学教育学会大学院生部会 発表論文集, pp.13-15,  
2013.

[12] T. Fukao, Y. Akagawa, Y. Fujii, “A study of  
educational contents of mathematical modelling for  
beginners”, Proceeding of the sixth international  
conference on sciences and mathematics education in  
developing countries, pp.305-310, 2014

[13] 深尾武史, 「数理モデル化・実験を並行して行う微  
分方程式の学習について」, 論文集「高専教育」, Vol.30,  
pp.481-486, 2007.

[14] 渡邊公夫, 「関数学習の意義 [関数の指導を通じて  
何を学ばせたいのか]」, 明治図書, pp.4-11, 2008.

[15] 渡邊公夫, 「数学的活動の多様性ー反覆・スパイラ  
ル・学び直し」, 数学教育学会誌 臨時増刊 2009 年度数  
学教育学会春季年会 発表論文集, pp.145-147, 2009.

[16] 鈴木正彦, 「学力向上の視点からの教員評価ードン  
グリの背比べシステムからの脱却を!ー」, 学校マネジ  
メント 2008 年 12 月号, pp.13-15, 2008.